

ESTUDOS
ESPECIAIS

Estudo Especial nº 18
19 DE DEZEMBRO DE 2023

Metodologia de cenários
estocásticos para a
dívida pública

Alessandro Casalecchi

SENADO FEDERAL

Presidente do Senado Federal

Senador Rodrigo Pacheco (PSD-MG)

INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE

Diretor-Executivo

Marcus Vinícius Caetano Pestana da Silva

Diretora

Vilma da Conceição Pinto

Analistas

Alessandro Ribeiro de Carvalho Casalecchi

Alexandre Augusto Seijas de Andrade

Eduardo Jacomo Seraphim Nogueira

Pedro Henrique Oliveira de Souza

Rafael da Rocha Mendonça Bacciotti

Estagiários

Allanda Martins Dias

Bruna Mayra Sousa de Araújo

Lucas Vinícius Penha Martins Bomfim Leal

Secretária executiva

Thuane Vieira Rocha

Layout do relatório

COMAP/SECOM e SEFPRO/SEGRAF

Metodologia de cenários estocásticos para a dívida pública

Alessandro Casalecchi¹

Este estudo tem dois objetivos. O primeiro é apresentar a metodologia de simulação de cenários estocásticos – fan chart – para a Dívida Bruta do Governo Geral, adotada pela Instituição Fiscal Independente (IFI) brasileira. A finalidade desses cenários é mensurar a incerteza quanto à trajetória da dívida no futuro próximo. O procedimento é baseado na metodologia usada pela Comissão Europeia no Debt Sustainability Monitor. O segundo objetivo é realizar um amplo levantamento das práticas de outras instituições quanto à elaboração de cenários estocásticos. As instituições avaliadas são: as IFIs do Reino Unido, da Austrália e de Portugal; o Tesouro Nacional; o Fundo Monetário Internacional; o Tribunal de Contas da União; e a Comissão Europeia.

A IFI passou a publicar simulações estocásticas para a dívida nos Relatórios de Acompanhamento Fiscal (RAFs)². Assim, ao combinar os novos cenários estocásticos com os determinísticos (base, otimista e pessimista) – que já são publicados regularmente –, a instituição estendeu sua análise da sustentabilidade da dívida. No último relatório do Artigo IV do Fundo Monetário Internacional, de 2023, apontou-se a importância de a IFI desenvolver esta análise a partir de premissas próprias.

Este estudo não avalia o caso concreto da sustentabilidade da dívida brasileira na conjuntura atual, mas sim trata de aspectos estritamente metodológicos.

Sumário

I – Introdução	5
II – Práticas nacional e internacional.....	6
II.1 – Office for Budget Responsibility (Reino Unido)	7
Etapa 1/4: estimação de VAR para os determinantes da dívida pública.....	7
Etapa 2/4: simulação de ajustes patrimoniais	9
Etapa 3/4: imputação na equação de dinâmica da dívida.....	9
Etapa 4/4: combinação das partes determinística e estocástica	9
II.2 – Parliamentary Budget Office (Austrália)	10
II.3 – Conselho das Finanças Públicas (Portugal).....	13
II.4 – Secretaria do Tesouro Nacional (Brasil).....	17
Anexo de Riscos Fiscais do PLDO	18
Relatório de Projeções Fiscais	21
II.5 – Fundo Monetário Internacional.....	25
MAC DSA	26
MAC SRDSF	27

¹ Analista da IFI. O texto contou com colaboração adicional da diretora Vilma Pinto e dos analistas Alexandre Andrade, Rafael Bacciotti e Pedro Souza.

² O primeiro relatório publicado com o fan chart sob a atual metodologia, apresentada neste estudo, foi o RAF nº 70, de novembro de 2022 (IFI, 2022).

DDT (<i>Public Debt Dynamics Tool</i>).....	31
II.6 – Tribunal de Contas da União (Brasil).....	33
Cenários determinísticos	33
Cenários estocásticos.....	35
Resumo.....	36
II.7 – Comissão Europeia.....	37
Equação de dinâmica da dívida.....	37
Cenários estocásticos.....	38
II.8 – Comparação entre as instituições.....	40
III – A metodologia adotada pela IFI brasileira	41
Etapa 1/4: sorteio dos choques.....	42
Etapa 2/4: trajetórias dos determinantes da dívida.....	43
Etapa 3/4: trajetórias da dívida (<i>fan chart</i> preliminar).....	45
Etapa 4/4: deslocamento e <i>fan chart</i> final	46
Estimação de probabilidades de eventos.....	46
Conclusão	47
Referências.....	48
Apêndice.....	51
Decomposição do crescimento do PIB nominal.....	51
Equação de dinâmica da dívida: valores nominais.....	52
Equação de dinâmica da dívida: valores reais.....	52

I – Introdução

A Instituição Fiscal Independente (IFI) possui quatro atribuições, fixadas na Resolução nº 42 de 2016, do Senado Federal³. Este estudo, ao apresentar a metodologia que fundamenta parte das projeções da IFI, atende a duas atribuições: (i) “divulgar suas estimativas de parâmetros e variáveis relevantes para a construção de cenários fiscais e orçamentários” e (ii) “projetar a evolução de variáveis fiscais determinantes para o equilíbrio de longo prazo do setor público” (art. 1º, incisos I e IV).

Este trabalho também representa mais um passo da IFI na formação de seu ferramental de análise da sustentabilidade da dívida pública. A combinação de cenários determinísticos com estocásticos é comumente denominada *Debt Sustainability Analysis* (DSA) e é adotada, em particular, pela Comissão Europeia (CE), para avaliar a sustentabilidade das dívidas dos Estados-Membros da União Europeia (UE).⁴ Vale ressaltar que a CE reafirmou, em 2023, sua preferência pela metodologia, em proposta de revisão das regras fiscais da UE, conforme explicitado em CE (2022) e CE (2023a).

Nas edições do Relatório de Acompanhamento Fiscal (RAF) de nºs 70, 76, 77, 80 e 82 – novembro de 2022 e maio, junho, setembro e novembro de 2023, respectivamente⁵ –, a IFI incluiu o resultado da simulação de 1.500 cenários estocásticos para a Dívida Bruta do Governo Geral (DBGG), obtido a partir da atual metodologia. Esse aprimoramento está em linha com a sugestão do Fundo Monetário Internacional (FMI), no último relatório do Artigo IV⁶, de que a IFI tenha a atribuição de desenvolver uma DSA a partir de premissas próprias, de maneira independente:

*The Independent Fiscal Council (IFI) could be tasked with monitoring the activation and implementation of escape clauses, **running debt sustainability analysis with independent assumptions**, performing reality checks on the feasibility and stability of budget plans, and publishing goalposts and milestones.*

FMI (2023a, pg. 16). Grifos nossos.

Cenários estocásticos são utilizados com pelo menos três finalidades. A **primeira** finalidade é facilitar a comunicação visual da incerteza acerca da trajetória da dívida. A literatura especializada tipicamente representa tais cenários por meio do chamado *fan chart*. A **segunda** é viabilizar a estimação de probabilidades de eventos relativos ao futuro da dívida. Por exemplo, no RAF nº 82, a IFI estimou em 38,7% a probabilidade de que a DBGG cruzará o limiar de 90% do PIB em algum ano entre 2024 e 2028. A **terceira** finalidade dos cenários estocásticos é permitir uma checagem de realismo (*reality check*) dos cenários determinísticos, que são regularmente publicados pela IFI, nos RAFs, em três versões (base, otimista e pessimista).

Cenários estocásticos não são diretamente comparáveis aos determinísticos, pois baseiam-se em hipóteses distintas. Cenários **determinísticos** são elaborados sob a hipótese de que, no futuro, ocorrerão eventos que (i) são conhecidos e explicitamente descritíveis⁷ e (ii) não necessariamente ocorreram no passado. Tais cenários geralmente incorporam avaliações qualitativas sobre eventos fiscais relevantes, que a IFI vislumbra como prováveis para os próximos anos. A construção dos cenários **estocásticos**, por sua vez, é feita sob a hipótese de que, no futuro, ocorrerão eventos econômicos imprevisíveis, não passíveis de descrição precisa, mas que ainda assim obedecerão a certo padrão de incerteza. Estes cenários são gerados a partir do sorteio de valores aleatórios para as variáveis econômicas que determinam a trajetória da dívida.

³ Disponível em: <https://legis.senado.leg.br/norma/582564/publicacao/17707278>.

⁴ Veja, por exemplo, o *Debt Sustainability Monitor 2022* (CE, 2023b).

⁵ IFI (2022, 2023a, 2023b, 2023c, 2023d).

⁶ FMI (2023a).

⁷ Por exemplo, a aprovação de uma lei específica, ou uma nova medida anunciada pelo governo.

Há também uma **diferença de finalidade** entre as abordagens: os cenários determinísticos buscam evidenciar a **tendência** da DBGG; os cenários estocásticos buscam comunicar a **incerteza** quanto à tendência. A Tabela 1 resume a explicação.

TABELA 1. COMPARAÇÃO ENTRE CENÁRIOS DETERMINÍSTICOS E ESTOCÁSTICOS

Cenários	Hipóteses	Finalidade
Determinísticos	Ocorrência futura de eventos que	Comunicar a tendência da dívida pública em circunstâncias alternativas. Estas circunstâncias são usualmente chamadas de “base”, “otimista” e “pessimista”.
	<ul style="list-style-type: none"> são conhecidos, explicitamente definidos e descritíveis. Por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> - aprovação de lei específica. - nova medida anunciada pelo governo. - fim da vigência de uma regra fiscal em determinado ano. não necessariamente ocorreram no passado. 	
Estocásticos	Ocorrência futura de eventos que	Comunicar a incerteza quanto à tendência da dívida pública.
	<ul style="list-style-type: none"> são desconhecidos, mas capazes de causar desvios nas trajetórias dos determinantes da dívida pública, como PIB e taxa de juros. geralmente reproduzem o padrão histórico da oscilação dos determinantes da dívida pública. 	

Elaboração: IFI.

Enfatizamos que este estudo não avalia o caso concreto da sustentabilidade da dívida brasileira na conjuntura atual, mas sim trata de aspectos estritamente metodológicos. O restante do texto está organizado da seguinte forma. A seção II apresentará um levantamento das práticas nacional e internacional de elaboração de *fan charts*, o qual serviu de suporte à metodologia adotada pela IFI. A seção III apresentará a metodologia de simulação adotada pela IFI. Finalmente, a Conclusão encerrará o texto principal. O Apêndice deriva a equação de dinâmica da dívida utilizada pela IFI nas simulações.

II – Práticas nacional e internacional

Para fins de contextualização, apresentam-se as metodologias de sete instituições: (i) *Office for Budget Responsibility*, a IFI do Reino Unido; (ii) *Parliamentary Budget Office*, que também desempenha o papel de IFI na Austrália; (iii) Conselho das Finanças Públicas, a IFI de Portugal; (iv) Secretaria do Tesouro Nacional (STN), do Ministério da Fazenda; (v) Fundo Monetário Internacional (FMI); (vi) Tribunal de Contas da União (TCU); e (vii) Comissão Europeia.

Ao longo desta seção, diferentes versões da equação de dinâmica da dívida serão derivadas. Ainda que a exposição possa parecer repetitiva, o objetivo foi manter fidedignidade em relação às práticas das instituições, destacando as diferentes especificações da equação.

II.1 – *Office for Budget Responsibility* (Reino Unido)

O *Office for Budget Responsibility* (OBR), a IFI do Reino Unido, foi criado em 2010 para produzir análises com independência e credibilidade sobre as contas públicas do Estado⁸. A instituição publica, duas vezes por ano (março e novembro), projeções com horizonte de cinco anos.

No *Economic and fiscal outlook* (EFO) de outubro de 2021⁹, o OBR informou que estava “desenvolvendo uma nova abordagem para a produção de *fan charts* probabilísticas, usando simulações estocásticas, uma técnica amplamente utilizada em pesquisas acadêmicas e outros órgãos oficiais, incluindo o Fundo Monetário Internacional”¹⁰. Dois meses após a publicação desse EFO, o OBR publicou um texto para discussão (Steel, 2021) no qual detalhou a simulação. O mais recente EFO¹¹, de novembro de 2023, repete o uso da metodologia, como explicado no trecho abaixo.

We use several analytical tools to illustrate the risks around our central forecast, including:

- ***fan charts*** that reflect the chances of shocks of different sizes (through stochastic simulations drawing on historical experience [Steel, 2021]) to illustrate the uncertainty around our assessment of the probability of the Government meeting its fiscal targets;
- ***sensitivity analysis*** that illustrates the vulnerability of the Government’s debt and borrowing targets to changes in key forecast outcomes including growth, inflation, and interest rates; and
- ***alternative scenarios***, which consider the economic and fiscal implications of an adverse shock to one or more of our central forecast assumptions, in this case concerning the paths for inflation and productivity.

(OBR, 2023, pg. 138)

Na metodologia de Steel (2021), os *fan charts* são formados pela combinação de duas partes, elaboradas separadamente: (i) o cenário base determinístico (*central forecast*), obtido a partir de modelos macrofiscais e de avaliações subjetivas (*expert judgements*); e (ii) as bandas de incerteza, que representam a distribuição de probabilidade da dívida pública.

As simulações estocásticas são utilizadas somente na elaboração da parte (ii). A combinação das duas partes é feita por meio de calibragem, isto é, a distribuição de probabilidade é deslocada *ex-post*, de forma que a mediana da distribuição da dívida seja igual ao cenário base determinístico, em todos os anos de projeção.

Portanto, o papel das simulações estocásticas é fornecer as bandas de incerteza, e não o cenário de referência. Nas próximas subseções, explicaremos como o OBR produz as bandas de incerteza, em quatro etapas.

Etapa 1/4: estimação de VAR para os determinantes da dívida pública

Estima-se um VAR (vetor autoregressivo) composto de quatro variáveis, em frequência trimestral:

- crescimento real do PIB (denotado por g_t).
- inflação do deflator¹² do PIB (π_t).

⁸ Página da instituição: <https://obr.uk/>.

⁹ OBR (2021).

¹⁰ Tradução nossa (OBR, 2021, pg. 194).

¹¹ OBR (2023).

¹² Neste estudo usaremos a expressão “deflator do PIB” para nos referir ao **índice** de preços, e não à sua **variação**, que será descrita, portanto, como a inflação do deflator do PIB. Esse uso é adotado, por exemplo, por Steel (2021) e pelo glossário do *Congressional Budget Office* (CBO, 2023). Na literatura e em outras fontes, é também comum encontrar textos que se referem ao deflator como a própria variação do índice, o que motivou o presente esclarecimento.

- taxa de juros nominal implícita (i_t)¹³.
- deficit primário do governo em percentual do PIB (rp_t).

Representando-se o vetor destes determinantes por X_t , tem-se:

$$X_t = \begin{bmatrix} g_t \\ \pi_t \\ i_t \\ rp_t \end{bmatrix}$$

A título de exemplo, considere que o VAR seja estimado para uma amostra de 1970 a 2022, com apenas uma defasagem:

$$\begin{cases} g_t = \phi_{11}g_{t-1} + \phi_{12}\pi_{t-1} + \phi_{13}i_{t-1} + \phi_{14}rp_{t-1} + \varepsilon_{gt} \\ \pi_t = \phi_{21}g_{t-1} + \phi_{22}\pi_{t-1} + \phi_{23}i_{t-1} + \phi_{24}rp_{t-1} + \varepsilon_{\pi t} \\ i_t = \phi_{31}g_{t-1} + \phi_{32}\pi_{t-1} + \phi_{33}i_{t-1} + \phi_{34}rp_{t-1} + \varepsilon_{it} \\ rp_t = \phi_{41}g_{t-1} + \phi_{42}\pi_{t-1} + \phi_{43}i_{t-1} + \phi_{44}rp_{t-1} + \varepsilon_{dt} \end{cases}, \quad t \in [1970, 2022] \quad (1)$$

Uma vez realizada a estimação, todos os resíduos do VAR (isto é, de todos os anos da amostra), denotados por

$$\hat{\varepsilon}_t = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{gt} \\ \hat{\varepsilon}_{\pi t} \\ \hat{\varepsilon}_{it} \\ \hat{\varepsilon}_{dt} \end{bmatrix}, \quad t \in [1970, 2022]$$

são coletados e reservados.

Em seguida, para simular o valor de X_t um período à frente (2023, no exemplo em questão), deve-se sortear um dos anos do intervalo 1970-2022. Denote-se esse ano por t^* . Então, os resíduos $\hat{\varepsilon}_{t^*}$ são imputados ao sistema (1), juntamente com os valores de X_{2022} , produzindo, assim, o X_{2023} simulado:

$$X_{2023}^{sim} = \begin{bmatrix} \phi_{11}g_{2022} + \phi_{12}\pi_{2022} + \phi_{13}i_{2022} + \phi_{14}rp_{2022} \\ \phi_{21}g_{2022} + \phi_{22}\pi_{2022} + \phi_{23}i_{2022} + \phi_{24}rp_{2022} \\ \phi_{31}g_{2022} + \phi_{32}\pi_{2022} + \phi_{33}i_{2022} + \phi_{34}rp_{2022} \\ \phi_{41}g_{2022} + \phi_{42}\pi_{2022} + \phi_{43}i_{2022} + \phi_{44}rp_{2022} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{gt^*} \\ \hat{\varepsilon}_{\pi t^*} \\ \hat{\varepsilon}_{it^*} \\ \hat{\varepsilon}_{dt^*} \end{bmatrix}$$

em que o sobrescrito “sim” indica que se trata de um valor simulado para a variável. Se o objetivo for simular as trajetórias dos determinantes da dívida vários anos à frente, o sorteio e a imputação descritos devem ser repetidos, sucessivamente, com reposição. Por exemplo, se a intenção for simular para o intervalo 2023-2032 (10 anos), será preciso sortear 10 anos do intervalo 1970-2022 e, em seguida, imputar em (1) tanto os resíduos sorteados quanto os valores de X_t (para t no intervalo 2022-2031), sucessivamente.

Note que, ainda assim, o procedimento acima produziria uma única trajetória simulada, para cada variável em X_t . Deve-se, então, reproduzir o procedimento milhares de vezes, e assim passar para a próxima etapa.

¹³ Na verdade, Steel (2021, pg. 14, parágrafo 3.16) inclui duas taxas de juros distintas no VAR, totalizando cinco variáveis. Estas duas taxas são posteriormente combinadas em uma única, na equação de dinâmica da dívida. Como o autor não explicitou as fórmulas matemáticas usadas, optamos por apresentar o procedimento de forma simplificada (apenas uma taxa de juros), focando nos aspectos essenciais do procedimento.

Etapa 2/4: simulação de ajustes patrimoniais

Nesta etapa, simulam-se trajetórias de ajustes patrimoniais (*stock-flow adjustments*), denotados por ap_t , os quais captam o efeito de privatizações e reconhecimentos de dívidas, por exemplo. Esse termo entra na equação de dinâmica da dívida de forma aditiva (equação 2, mais adiante).

Primeiro, utiliza-se dados históricos para se estimar os coeficientes da regressão linear

$$ap_t = \alpha + \beta \cdot \delta(g_t < 0) + e_t$$

em que:

- α e β são coeficientes.
- $\delta(\cdot)$ é uma variável *dummy*, igual a 1 quando há recessão, e 0 quando há crescimento real do PIB.
- e_t é o distúrbio aleatório.

Em segundo lugar, para cada trajetória simulada na etapa 1, imputa-se na equação acima (i) as estimativas de α e β , que são as mesmas para todas as trajetórias, (ii) o valor de g_t , que varia ao longo do tempo, e (iii) valores sorteados com reposição, para cada instante do tempo, entre os resíduos \hat{e}_t da regressão. O resultado das imputações, feitas para cada trajetória, produzirá milhares de trajetórias para ap_t ¹⁴.

Etapa 3/4: imputação na equação de dinâmica da dívida

Os determinantes da dívida pública e os ajustes patrimoniais, simulados nas etapas anteriores, são precisamente as variáveis que compõem a equação de dinâmica da dívida do OBR:

$$d_t = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \pi_t)(1 + g_t)} \cdot d_{t-1} - rp_t + ap_t \tag{2}$$

em que d_t denota a dívida em percentual do PIB.

Nesta etapa, deve-se imputar em (2), para cada ano de projeção, os valores simulados dos determinantes da dívida e dos ajustes patrimoniais (no exemplo em questão, seriam $X_{2023}^{sim}, X_{2024}^{sim}, \dots, X_{2032}^{sim}$ e $ap_{2023}, \dots, ap_{2032}$). Assim, será produzida uma trajetória de dívida pública (d_t) para todos os anos do horizonte de projeção (2023-2032, no exemplo). Como milhares de trajetórias de X_t foram simuladas na etapa 1, haverá, conseqüentemente, milhares de trajetórias para a dívida.

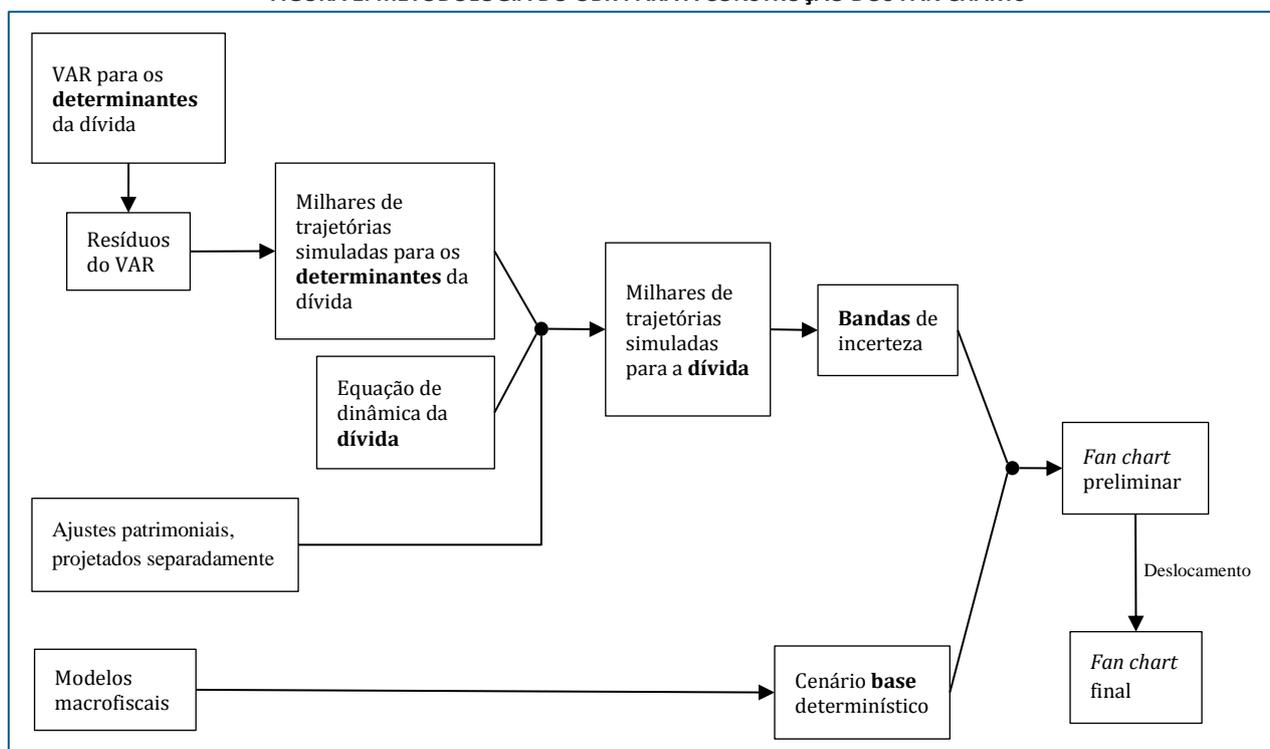
Etapa 4/4: combinação das partes determinística e estocástica

O último passo da construção dos *fan charts* consiste em deslocar as distribuições da dívida (d_t) em todos os anos de projeção. Para isso, “as distribuições obtidas a partir das simulações estocásticas são deslocadas, de modo que suas medianas coincidam com o cenário base”¹⁵. A Figura 1 resume a metodologia do OBR.

¹⁴ O procedimento está explicado em Steel (2021, pg. 15, parágrafo 3.18).

¹⁵ Steel (2021, pg. 9). Tradução nossa.

FIGURA 1. METODOLOGIA DO OBR PARA A CONSTRUÇÃO DOS FAN CHARTS



Elaboração: IFI.

Uma vantagem da metodologia do OBR é que os choques sorteados e aplicados ao VAR, para produzir as trajetórias de X_t , refletirão a magnitude e a correlação históricas dos resíduos. Com isso, as trajetórias simuladas tenderão a ser consistentes com o padrão histórico dos determinantes da dívida.

Steel (2021) explica que se pode restringir o sorteio dos choques a subintervalos específicos da amostra. Por exemplo, pode-se remover períodos atípicos, como os anos recentes de pandemia e os anos de crise do petróleo na década de 1970. Esta seria uma forma de evitar a geração de projeções pouco razoáveis. De forma inversa, restringir o sorteio a estes períodos atípicos fornecerá choques úteis para simular a trajetória da dívida sob circunstâncias extremas futuras, como catástrofes climáticas, por exemplo.

Outra variação da metodologia envolve a aplicação de choques sobre os coeficientes do VAR. Esta abordagem não será detalhada neste trabalho.

II.2 – Parliamentary Budget Office (Austrália)

O *Parliamentary Budget Office* (PBO) da Austrália¹⁶, que desempenha as funções de IFI, foi criado em 2012. A seguir, será apresentada uma síntese da metodologia adotada pelo PBO para avaliação da sustentabilidade da dívida pública, tendo como base PBO (2021). Este trabalho continua sendo referenciado nos relatórios mais recentes da instituição, como PBO (2023).

O PBO avalia a sustentabilidade da dívida a partir de diversos cenários para a trajetória da dívida bruta futura. A justificativa para a escolha da dívida bruta, e não líquida, é que a primeira é conceitualmente mais simples do que a segunda ou outras medidas, como o patrimônio financeiro líquido, para fins de análise de cenários. Apesar de concentrar

¹⁶ Página da instituição: <https://www.pbo.gov.au/>.

a análise nas trajetórias da dívida bruta, o PBO utiliza os resultados como aproximação para as trajetórias da dívida e do patrimônio financeiro líquidos, uma vez que, na Austrália, essas diferentes medidas evoluem de forma semelhante.

A metodologia utilizada para traçar os cenários de dívida segue uma abordagem determinística *top-down*, isto é, parte-se de medidas agregadas que são, então, desagregadas em etapas subsequentes da análise. Com isso, o procedimento implicitamente incorpora mudanças nas políticas econômicas sem que seja necessário declarar, explicitamente, quais são essas medidas. PBO (2021) explica que a abordagem *top-down* tem benefícios em relação à abordagem *bottom-up*, justamente pela simplicidade de modelagem da primeira em comparação com a segunda. Na visão dos autores, uma abordagem *bottom-up* não pressupõe nenhuma mudança de política, ou há a necessidade de modelar explicitamente mudanças específicas de políticas.

O PBO opta por elaborar somente 27 cenários, todos determinísticos. Ao contrário do OBR, da CE e da IFI brasileira, o PBO australiano não utiliza um cenário base, ou “central”, para a dívida, em torno do qual seriam elaborados cenários alternativos. Nesse sentido, o órgão explica que:

“A precise view on a ‘baseline’ is not necessary for our analysis – we are not trying to predict the most-likely path for government debt-to-GDP, but to illustrate what this may look like under plausible economic and policy conditions (...). While we expect that the most-likely scenario would be near the average of our downside and upside scenarios, our middle scenario should not be interpreted as being our preferred or most-likely case.”

PBO (2021, pg. 13). Grifos nossos.

As projeções da relação dívida-PIB são feitas a partir de diferentes cenários para três variáveis: (i) taxa de juros nominal implícita – denotada por i , para consistência com o restante deste estudo; (ii) crescimento econômico nominal (g); e (iii) resultado primário (RP). A derivação da equação de dinâmica da dívida começa com a seguinte expressão:

$$D_t = D_{t-1} + I_t - RP_t \quad (3)$$

em que

- D_t é a dívida ao final do ano t .
- I_t é a despesa de juros incorrida durante o ano t .
- RP_t é o resultado primário ao final do ano t .

Como os pagamentos de juros são iguais à taxa de juros implícita (i) aplicada à dívida existente, tem-se também que

$$I_t = i_t \cdot D_{t-1} \quad (4)$$

Assim, pode-se reescrever (3) usando (4), como

$$D_t = D_{t-1} + i_t \cdot D_{t-1} - RP_t \quad (5)$$

Reescrevendo-se a equação (5) em relação ao PIB nominal (N_t), obtém-se¹⁷:

$$\begin{aligned} \frac{D_t}{N_t} &= \frac{D_{t-1}}{N_t} + i_t \cdot \frac{D_{t-1}}{N_t} - \frac{RP_t}{N_t} \Rightarrow \\ \frac{D_t}{N_t} &= \frac{(1 + i_t) \cdot D_{t-1}}{N_t} - \frac{RP_t}{N_t} \Rightarrow \end{aligned}$$

¹⁷ A passagem da segunda para a terceira linha da derivação envolve a multiplicação de D_{t-1} , do lado direito da equação, pelo termo $\frac{N_{t-1}}{N_{t-1}}$, que é igual a 1 e, portanto, preserva a validade da equação.

$$\frac{D_t}{N_t} = \frac{(1 + i_t) \cdot D_{t-1}}{(1 + g_t) \cdot N_{t-1}} - \frac{RP_t}{N_t} \quad (6)$$

Assim, a variação da dívida pública como percentual do PIB entre dois anos consecutivos ($t - 1$ e t), dada por

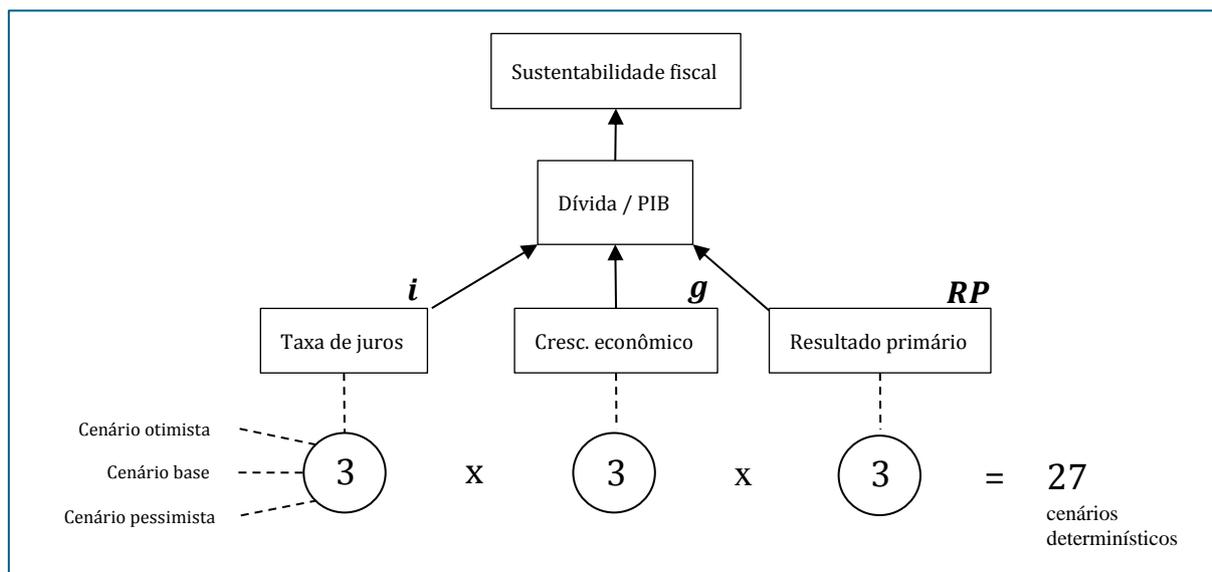
$$\frac{D_t}{N_t} - \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}}$$

pode ser reescrita, usando-se (6), como

$$\begin{aligned} \frac{D_t}{N_t} - \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} &= \left[\frac{(1 + i_t) \cdot D_{t-1}}{(1 + g_t) \cdot N_{t-1}} - \frac{RP_t}{N_t} \right] - \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} \Rightarrow \\ \frac{D_t}{N_t} - \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} &= \left[\frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t)} - 1 \right] \cdot \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} - \frac{RP_t}{N_t} \Rightarrow \\ \frac{D_t}{N_t} - \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} &= \frac{i_t - g_t}{1 + g_t} \cdot \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} - \frac{RP_t}{N_t} \end{aligned} \quad (7)$$

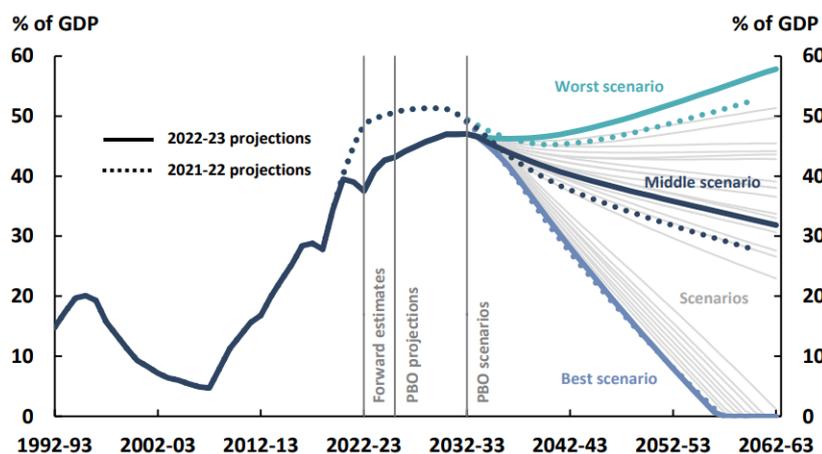
O PBO gera três cenários determinísticos – base, pessimista e otimista (*middle*, *downside* e *upside*) – para cada uma das variáveis (i , g e RP) usando precedentes históricos, combinados com projeções demográficas de longo prazo. A combinação das três variáveis sob seus respectivos cenários retorna 27 trajetórias para a razão dívida-PIB. A Figura 2 mostra a relação dessas variáveis com a dívida e com os diferentes cenários traçados. O Gráfico 1, retirado de PBO (2022), foi aqui inserido com o único propósito de demonstrar, de forma didática, o uso das 27 trajetórias.

FIGURA 2. RELAÇÃO ENTRE OS CENÁRIOS DETERMINÍSTICOS GERADOS PELO PBO DA AUSTRÁLIA



Elaboração: IFI.

**GRÁFICO 1. CENÁRIOS PARA A DÍVIDA BRUTA AUSTRALIANA (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



Fonte: PBO (2022, pg. 11). Nota: os 27 cenários correspondem às linhas cinzas, além das três linhas contínuas coloridas.

II.3 – Conselho das Finanças Públicas (Portugal)

O Conselho das Finanças Públicas (CFP)¹⁸, criado em 2012, é a IFI de Portugal. Esta subsecção apresenta de forma resumida a metodologia empregada pela instituição para avaliar a sustentabilidade da dívida portuguesa.

O CFP baseia sua metodologia em uma versão simplificada da *Debt Sustainability Analysis* (DSA) da CE, cuja versão mais recente será comentada na [subsecção II.7](#). Dois documentos publicados pelo Conselho (CFP, 2018, 2021)¹⁹ detalham o procedimento. Assim como o PBO da Austrália, e diferentemente do OBR, o CFP utiliza somente cenários **determinísticos** para analisar a sustentabilidade da dívida pública. Contudo, o CFP escolhe um dos cenários para ser o “**central**”, em contraste com o PBO.

O Conselho apresenta nas publicações uma discussão sobre os riscos para os cenários macroeconômicos e fiscais, considerando as receitas, as despesas e a trajetória da dívida pública, além de caracterizar, classificar e quantificar esses riscos.

Os riscos representam um elemento importante para a trajetória das variáveis fiscais e, em particular, da dívida pública, pois configuram situações de incerteza quanto a possíveis desvios das variáveis em relação aos resultados previamente esperados. Nesse sentido, o CFP classifica os riscos em algumas categorias, entre outras: (i) origem (se endógenos ou exógenos), (ii) frequência, (iii) grau de correlação com outros riscos, e (iv) robustez dos métodos de previsão.

A sustentabilidade das finanças públicas guarda relação direta com os riscos associados às variáveis fiscais, justificando seu monitoramento constante. A sustentabilidade é associada à noção de equilíbrio intertemporal das finanças, isto é, o atendimento das condições de solvência das administrações públicas (ou governos), de forma a garantir a provisão de bens e serviços públicos para as gerações seguintes de uma determinada sociedade.

Para elaborar cenários de evolução da dívida pública, o CFP utiliza um modelo determinístico derivado da equação de dinâmica da dívida. Nesse modelo, a variação do estoque da dívida como proporção do PIB, entre um instante e outro, é determinada (i) pelo resultado primário do governo, (ii) pelo estoque de dívida do período anterior associado a um

¹⁸ Página da instituição: <https://www.cfp.pt/>.

¹⁹ Estes são os dois documentos do CFP pertencentes à coleção “Riscos e sustentabilidade”. São, portanto, os textos mais recentes detalhando a metodologia.

componente que combina o crescimento econômico e a taxa real de juros, e (iii) por “ajustamentos pontuais deficit-dívida”, que abarcam, por exemplo, receitas extraordinárias, receitas de privatização, ajudas ao setor financeiro, utilização de depósitos, entre outros ajustes. Este último determinante são ajustes patrimoniais (na terminologia brasileira), ou *stock-flow adjustments*, na literatura internacional.

A derivação da equação de dinâmica da dívida parte da restrição orçamentária do governo:

$$G_t + \underbrace{i_t D_{t-1}}_{\text{Despesa com juros}} = T_t + \underbrace{(D_t - D_{t-1})}_{\text{Nova dívida contraída}} + \underbrace{(M_t - M_{t-1})}_{\text{Receita de senhoriagem}} + AP_t \quad (8)$$

em que:

- G_t é a despesa primária em t .
- D_t é a dívida pública em t .
- i_t é a taxa de juros nominal em t .
- T_t é a receita primária em t .
- M_t é a base monetária em t .
- AP_t é o ajuste patrimonial em t .

Reorganizando-se os termos da expressão (8), chega-se à seguinte equação:

$$D_t = D_{t-1} + i_t D_{t-1} - (T_t - G_t) - (M_t - M_{t-1}) - AP_t \quad (9)$$

O termo $(T_t - G_t)$ é o resultado primário do governo. Usando-se a notação $RP_t = T_t - G_t$ e $\Delta M_t = M_t - M_{t-1}$, e dividindo-se os dois lados da equação (9) pelo PIB nominal (N_t), obtém-se:

$$\frac{D_t}{N_t} = \frac{(1 + i_t)}{N_t} D_{t-1} - \frac{RP_t}{N_t} - \frac{\Delta M_t}{N_t} - \frac{AP_t}{N_t} \quad (10)$$

Modificando-se novamente a notação, para $d_t = \frac{D_t}{N_t}$, $rp_t = \frac{RP_t}{N_t}$, $s_t = \frac{\Delta M_t}{N_t}$ e $ap_t = \frac{AP_t}{N_t}$, deduz-se a equação:

$$d_t = \frac{(1+i_t)N_{t-1}}{N_t} d_{t-1} - rp_t - s_t - ap_t \quad (11)$$

Antes de prosseguir, note que a taxa de crescimento do PIB nominal (g_t^n) pode ser decomposta em crescimento real (g_t) e variação do deflator do PIB (π_t):

$$(1 + g_t^n) = (1 + g_t)(1 + \pi_t) \quad (12)$$

De maneira análoga, a taxa nominal de juros pode ser decomposta em taxa real de juros (r_t) e variação do deflator:

$$(1 + i_t) = (1 + r_t)(1 + \pi_t) \quad (13)$$

Considerando-se que $N_t = N_{t-1}(1 + g_t^n)$ e inserindo-se as expressões (12) e (13) na equação (11), obtém-se:

$$d_t = \frac{1+r_t}{1+g_t} d_{t-1} - rp_t - s_t - ap_t \quad (14)$$

Finalmente, o CFP fixa $s_t = ap_t = 0$, com fundamento no seguinte argumento:

“O CFP não considerou receitas de senhoriagem como também não considerou ajustamentos déficit-dívida no período de projeção, uma vez que não existe informação que permita sustentar hipóteses de longo prazo para esta variável. Tal não significa que não se saiba à partida que estes ajustamentos irão acontecer.”

CFP (2018, pg. 75)

Assim, tem-se a expressão (14a), que é a equação utilizada pelo CFP para a análise de sustentabilidade feita pela instituição.

$$d_t = \frac{1+r_t}{1+g_t} d_{t-1} - rp_t \quad (14a)$$

Analogamente ao PBO da Austrália – equação (7) –, é possível utilizar (14a) para explicitar a variação da razão dívida-PIB entre dois instantes do tempo. Subtraindo-se d_{t-1} dos dois lados da equação, chega-se a

$$\Delta d_t = \frac{r_t - g_t}{1 + g_t} d_{t-1} - rp_t \quad (15)$$

O termo que combina juros e crescimento $\left(\frac{r_t - g_t}{1 + g_t} d_{t-1}\right)$ é informalmente chamado de “efeito bola de neve” por algumas instituições, como o CFP, a CE e o OBR. A partir dos cenários construídos para as variáveis macroeconômicas e fiscais, o Conselho consegue obter a dinâmica, e avaliar a sustentabilidade, da dívida pública para um dado horizonte de projeção.

Quatro famílias de cenários **alternativos** são obtidas com a aplicação de choques sobre os determinantes da dívida no cenário central do CFP: (i) choque sobre o resultado primário, (ii) choque sobre o crescimento do PIB nominal, (iii) choque sobre a taxa nominal de juros implícita da dívida, e (iv) choque conjunto sobre as três variáveis anteriores.

Note que os cenários alternativos são **determinísticos**, e não estocásticos. Os choques aplicados são de 0,5 ou 1,0 ponto percentual (p.p.), para mais ou para menos (Tabela 2). Ademais, os choques não são cumulativos, embora sejam persistentes. Por exemplo, no caso de um choque de 0,5 p.p. sobre o resultado primário entre 2023 e 2032, a sequência do cenário central

$$rp_{2023}, rp_{2024}, \dots, rp_{2032}$$

passa a ser, com choques, igual a

$$(rp_{2023} + 0,5 \text{ p.p.}), (rp_{2024} + 0,5 \text{ p.p.}), \dots, (rp_{2032} + 0,5 \text{ p.p.})$$

É deste exercício que surgem os *fan charts* da instituição, formados pelas áreas entre as curvas mais otimistas e pessimistas (Gráfico 2). No gráfico, há um *fan chart* para cada um dos três determinantes – que, sujeitos a quatro choques (-1,0; -0,5; 0,5; 1,0), geram o *fan chart*. Além desses, o CFP produz um quarto *fan chart*, que incorpora choques simultâneos (isto é, conjuntos) sobre os três determinantes. Na Tabela 2, cada grupo de quatro linhas adjacentes corresponde a um *fan chart* no Gráfico 2.

Os *fan charts* elaborados pelo CFP se assemelham aos elaborados pelo PBO da Austrália, no sentido de que correspondem à área sombreada existente entre cenários otimistas e pessimistas **determinísticos**. As vantagens de se utilizar estritamente cenários determinísticos são, por exemplo, (i) a maior simplicidade dos cálculos, (ii) a maior facilidade de comunicação das conclusões à sociedade e (iii) a possibilidade de se realizar projeções para horizontes mais longos (mais de cinco anos) sem perda de qualidade analítica.

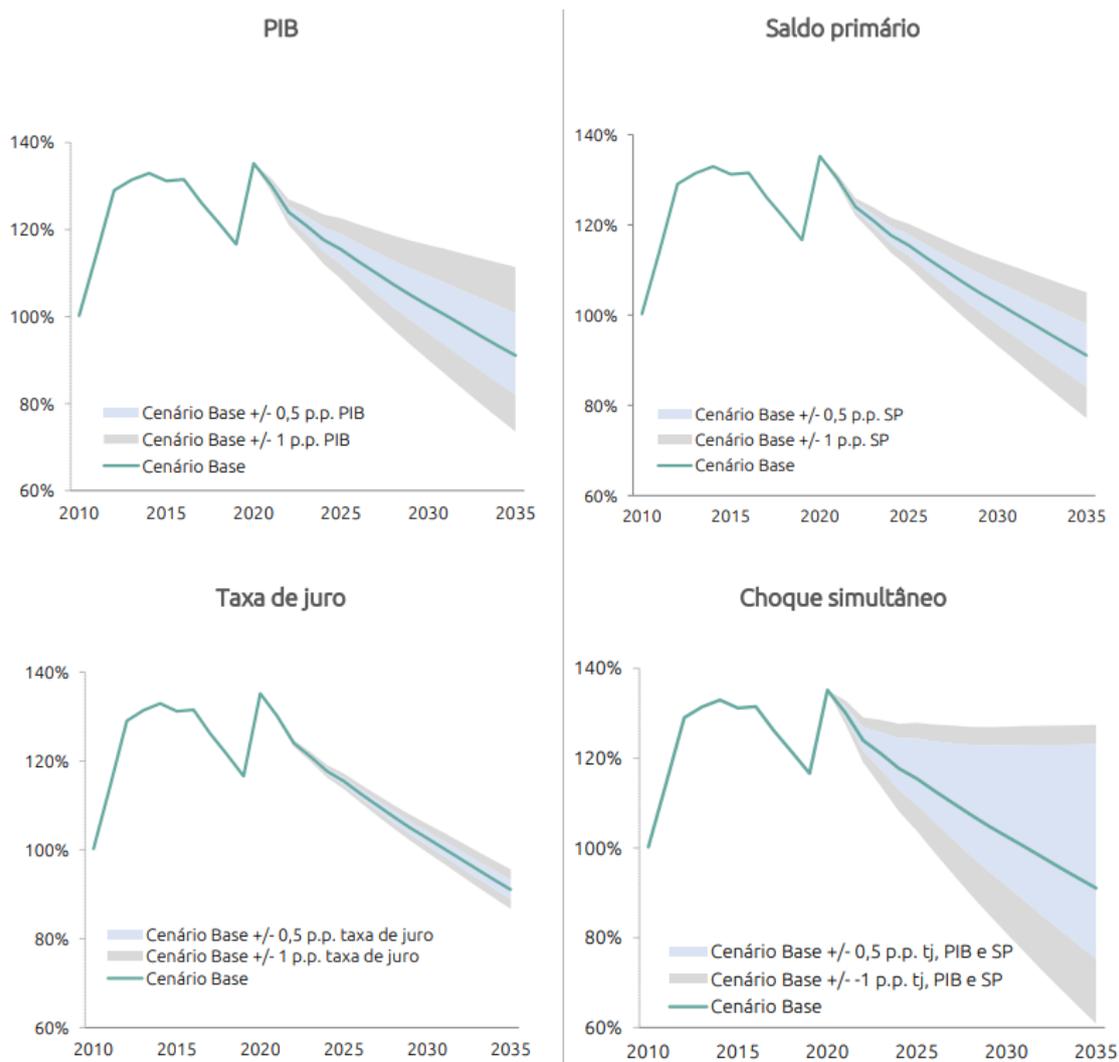
Uma desvantagem de se usar somente cenários determinísticos é a impossibilidade de se estimar a probabilidade de que certos eventos de interesse se materializem. Por exemplo, um evento seria “a dívida pública cruzar o limiar de 90% do PIB dentro dos próximos cinco anos”. As metodologias do OBR e da CE permitem esse tipo de estimação. A IFI brasileira tem publicado sua estimativa para essa probabilidade, procedimento que será melhor explicado adiante, na [seção III](#).

TABELA 2. MAGNITUDES DOS CHOQUES NOS CENÁRIOS DETERMINÍSTICOS ALTERNATIVOS DO CFP (PONTO PERCENTUAL)

Cenários alternativos	Determinantes da dívida		
	Cresc. nominal do PIB	Taxa de juros implícita nominal	Resultado primário
Determinísticos com choques sobre apenas um determinante da dívida			
Choque “pouco favorável”	+0,5	-	-
Choque “muito favorável”	+1,0	-	-
Choque “pouco desfavorável”	-0,5	-	-
Choque “muito desfavorável”	-1,0	-	-
Choque “pouco desfavorável”	-	+0,5	-
Choque “muito desfavorável”	-	+1,0	-
Choque “pouco favorável”	-	-0,5	-
Choque “muito favorável”	-	-1,0	-
Choque “pouco favorável”	-	-	+0,5
Choque “muito favorável”	-	-	+1,0
Choque “pouco desfavorável”	-	-	-0,5
Choque “muito desfavorável”	-	-	-1,0
Determinísticos com choques conjuntos			
Choque “pouco favorável”	+0,5	-0,5	+0,5
Choque “muito favorável”	+1,0	-1,0	+1,0
Choque “pouco desfavorável”	-0,5	+0,5	-0,5
Choque “muito desfavorável”	-1,0	+1,0	-1,0

Fonte: CFP (2018). Elaboração: IFI.

**GRÁFICO 2. CENÁRIOS PARA A DÍVIDA BRUTA PORTUGUESA (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



Fonte: CFP (2021). Nota: como explicado no texto, cada um dos quatro painéis do gráfico apresenta trajetórias alternativas para a **mesma** variável (dívida pública), mas sob choques sobre **diferentes** determinantes da dívida (crescimento do PIB, resultado primário, taxa de juros e os três simultaneamente).

II.4 – Secretaria do Tesouro Nacional (Brasil)

Esta subseção abordará brevemente a metodologia da Secretaria do Tesouro Nacional, do Ministério da Fazenda (STN/MF). Consideram-se dois materiais publicados pela STN: (i) sua contribuição para o Anexo de Riscos Fiscais, do Projeto de Lei de Diretrizes Orçamentárias (PLDO) anual e (ii) sua publicação própria denominada Relatório de Projeções Fiscais. Vale salientar que os materiais divulgados pela STN incluem diversas outras análises além das expostas resumidamente a seguir.

A metodologia da IFI, baseada na metodologia da CE, na prática é muito semelhante à adotada pela STN. Tal semelhança, contudo, não significa aderência total às premissas da Secretaria. A IFI tem o papel de oferecer visões complementares e

independentes, que podem divergir daquelas da STN. Para ainda mais detalhes da metodologia, o(a) leitor(a) pode consultar STN (2017b).

Anexo de Riscos Fiscais do PLDO

A STN elabora anualmente, como parte do Anexo de Riscos Fiscais que acompanha o PLDO, uma avaliação de riscos da dívida. No documento, a Secretaria produz tanto cenários determinísticos quanto estocásticos, tratados separadamente abaixo. Este texto se baseia no PLDO referente ao exercício de 2024 (Brasil, 2023).

Cenários determinísticos

Os cenários determinísticos do PLDO são apresentados tanto como análises de sensibilidade quanto como testes de estresse. Conforme a Tabela 3, aplicam-se choques persistentes de 1 p.p., e então reportam-se as mudanças que seriam observadas na DBGG, para o horizonte de quatro anos.

Há grande semelhança entre este procedimento e aquele do CFP de Portugal. De fato, os sinais dos choques na última linha da Tabela 3 (negativo sobre o PIB e o resultado primário, e positivo sobre os juros) correspondem àqueles do cenário “muito desfavorável” do CFP (Tabela 2). Ou seja, a STN realiza, nesse caso, um teste de risco negativo sobre a dívida. O crescimento do PIB se destaca como a variável cuja perturbação, tomada individualmente, causa os maiores desvios na razão dívida-PIB. Por exemplo, a DBGG em 2026 seria 6,9 p.p. mais alta na presença do choque sobre o crescimento do PIB.

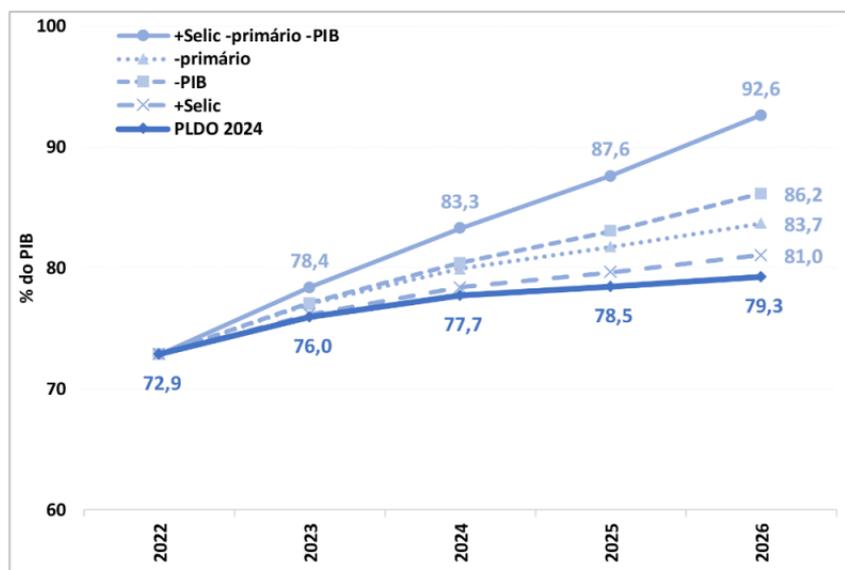
A taxa Selic é a variável com o segundo maior impacto sobre a trajetória da DBGG. Vale notar que a taxa **Selic** é apenas um dos indexadores que compõem a taxa **implícita** da dívida pública. Esta última é a taxa utilizada nas avaliações do PBO, do CFP e da IFI brasileira, entre outras instituições. O Gráfico 3 apresenta os quatro cenários alternativos listados na Tabela 3, além do cenário base do PLDO.

TABELA 3. SENSIBILIDADE DA DÍVIDA AOS JUROS, AO CRESCIMENTO REAL DO PIB E AO RESULTADO PRIMÁRIO (DIFERENÇA EM RELAÇÃO AO CENÁRIO BASE DA STN, EM PONTOS PERCENTUAIS DA DBGG)

Choques simulados	DBGG			
	2023	2024	2025	2026
Crescimento real do PIB <i>menos</i> 1 p.p.	1,1	2,7	4,6	6,9
Razão (Resultado primário) / (PIB) <i>menos</i> 1 p.p.	1,1	2,2	3,3	4,4
Taxa Selic <i>mais</i> 1 p.p.	0,2	0,7	1,2	1,8
Choques combinados	2,4	5,5	9,2	13,3

Fonte: Anexo de Riscos Fiscais, PLDO 2024 (Brasil, 2023, pg. 26). Choques em relação ao cenário base.

**GRÁFICO 3. TRAJETÓRIAS DA DBGG SOB DIFERENTES CHOQUES (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



Fonte: Anexo de Riscos Fiscais, PLDO 2024 (Brasil, 2023, pg. 33).

Cenários estocásticos

O método adotado pela STN para gerar os cenários estocásticos é muito semelhante ao adotado pela CE. Em particular, a matriz de variância-covariância é construída a partir do histórico dos determinantes da dívida (parâmetros macroeconômicos). Uma vantagem desta metodologia é que os choques aplicados aos determinantes da dívida, em dado instante do tempo, guardam entre si uma correlação semelhante à observada historicamente. Tal propriedade confere maior realismo à simulação.

“O cálculo dos cenários de estresse dos parâmetros macroeconômicos utiliza o método de simulação de Monte Carlo, construída a partir de uma **distribuição normal multivariada**, na qual o vetor de médias dos parâmetros são os valores projetados na Grade de Parâmetros fornecida pela SPE/ME e a matriz de **variância-covariância é estimada por meio do histórico** de dados dos parâmetros macroeconômicos. É importante ressaltar que este método permite a construção de cenários economicamente consistentes, ou seja, as relações diretas e inversas entre as variáveis são adequadamente refletidas nos resultados, considerando suas **correlações históricas**.”

Anexo de Riscos Fiscais, PLDO 2024 (Brasil, 2023, pg. 29). Grifos nossos.

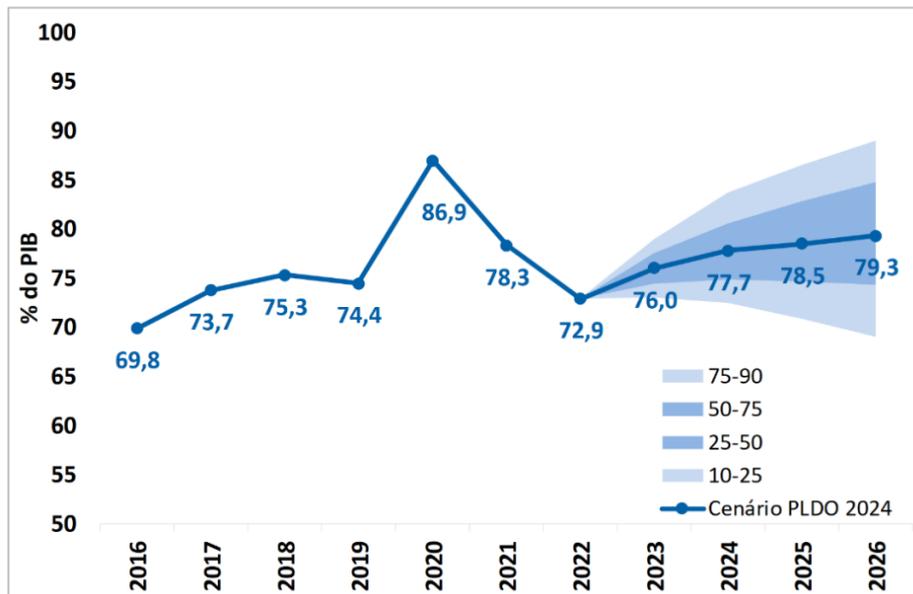
Entre as instituições avaliadas neste estudo, somente o PBO da Austrália se abstém de selecionar um cenário para ser “central”, ou “base”. A STN adota, como central, o cenário da Secretaria de Política Econômica, do Ministério da Fazenda (SPE/MF).

No PLDO, dois *fan charts* são apresentados para a DBGG: simétrico e assimétrico. Em ambos, aplicam-se choques sobre o crescimento real do PIB e o resultado primário. Contudo, no **simétrico**, mantêm-se as premissas da SPE para as taxas de juros – isto é, os juros não sofrem choques (Gráfico 4 e Tabela 4). No **fan chart assimétrico**, os juros sofrem um choque persistente positivo (e não estocástico) de 1 p.p., representando um cenário mais adverso para a DBGG – *downside risk* (Gráfico 5).

Os valores da DBGG no cenário base são idênticos nos Gráficos 4 e 5, mas o segundo *fan chart* é assimétrico (deslocado para cima). Apesar de não estar explícito no texto do PLDO, aparentemente o *fan chart* assimétrico é feito usando-se o

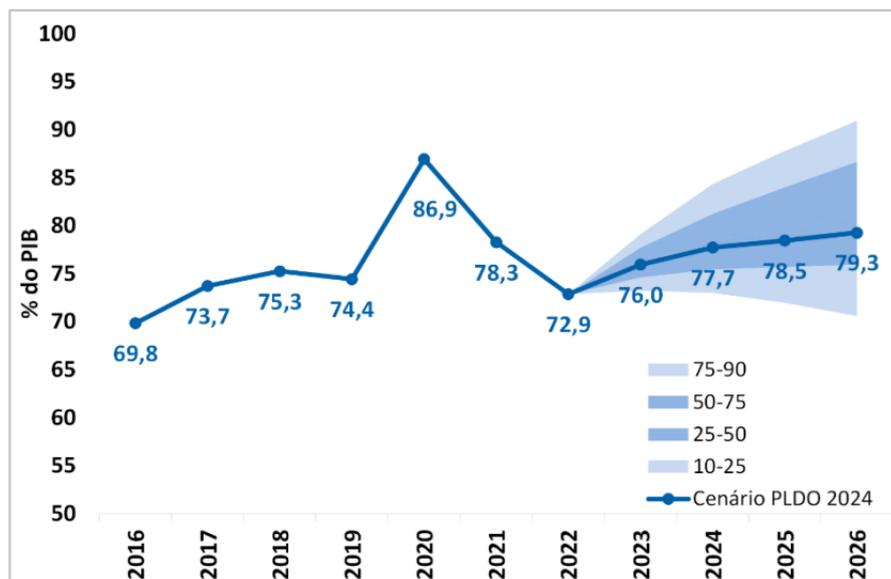
segundo cenário alternativo²⁰ determinístico da Tabela 4 como cenário central (omitido do gráfico, e usado para fins de deslocamento do *fan chart*, tornando-o assimétrico em relação ao cenário central original).

GRÁFICO 4. FAN CHART SIMÉTRICO DA STN PARA A DBGG (% DO PIB)



Fonte: Anexo de Riscos Fiscais, pg. 35, PLDO 2024 (Brasil, 2023).

**GRÁFICO 5. FAN CHART ASSIMÉTRICO DA STN PARA A DBGG (% DO PIB)
JUROS MAIS ALTOS EM 1 P.P. (DOWNSIDE RISK)**



Fonte: Anexo de Riscos Fiscais, pg. 37, PLDO 2024 (Brasil, 2023).

²⁰ “Análise de sensibilidade 2”.

Resumo dos cenários

A Tabela 4 resume os exercícios determinísticos e estocásticos da STN no PLDO 2024. A “Análise de sensibilidade 4” corresponde à apresentada na Tabela 3 e no Gráfico 3. A nomenclatura “Análise de sensibilidade” e “Teste de estresse” foi utilizada para manter consistência com a terminologia do PLDO. O gráfico contendo as trajetórias dos testes de estresse de 1 a 4 foi omitido deste estudo por concisão.

TABELA 4. MAGNITUDES DOS CHOQUES NOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DA STN, NO PLDO 2024 (PONTO PERCENTUAL)

Cenários alternativos	Determinantes da dívida		
	Cresc. real do PIB	Taxa de juros (Selic)	Resultado primário
Determinísticos			
Análise de sensibilidade 1	-1,0	-	-
Análise de sensibilidade 2	-	+1,0	-
Análise de sensibilidade 3	-	-	-1,0
Análise de sensibilidade 4 (conjunto)	-1,0	+1,0	-1,0
Teste de estresse 1	-	+1,0	-
Teste de estresse 2	-	-1,0	-
Teste de estresse 3	-	+2,0	-
Teste de estresse 4	-	-2,0	-
Estocástico			
<i>Fan chart</i> simétrico	Aleatorização	Igual ao cenário base	Aleatorização
Misto*			
<i>Fan chart</i> assimétrico (em torno de cenário determinístico alternativo, de <i>downside risk</i>)	Aleatorização	+1,0	Aleatorização

Fonte: Anexo de Riscos Fiscais, PLDO 2024 (Brasil, 2023). Elaboração: IFI.

Nota: os valores numéricos são choques determinísticos persistentes sobre o cenário base.

*Isto é, combinação de um cenário alternativo determinístico com cenários estocásticos, formando um fan chart em torno de uma variação do cenário base.

Relatório de Projeções Fiscais

Em novembro de 2017, a STN publicou a primeira edição do então denominado Relatório de Projeções da Dívida Pública (RPDP)²¹, com projeções para: (i) a trajetória da dívida nos conceitos de DBGG e Dívida Líquida do Setor Público (DLSP), (ii) os componentes da necessidade de financiamento, e (iii) o pagamento de juros. Adicionalmente, a publicação discutiu os conceitos de sustentabilidade e solvência da dívida, bem como a equação de dinâmica da dívida – em especial, como as projeções podem ser afetadas pela diferença na evolução de dois índices de preços (deflator implícito do PIB e IPCA)²².

As edições subsequentes do relatório atualizaram as perspectivas para o endividamento público no horizonte de dez anos (DBGG, DLSP, deficit nominal e juros da dívida). Os principais parâmetros subjacentes às projeções vêm da grade produzida pela SPE. As edições também trouxeram análises complementares, como testes de sensibilidade da dívida a parâmetros macroeconômicos (por exemplo, taxa Selic e crescimento do PIB) e avaliação do esforço primário requerido para se atingir diferentes níveis de dívida. Desde junho de 2022, o RPDP foi incorporado ao Relatório de Projeções Fiscais (RPF), de periodicidade semestral.

²¹ STN (2017a).

²² A este respeito, confira breve observação feita no Apêndice do presente estudo, ao final da subseção “Decomposição do crescimento nominal”. Confira também a Nota Técnica nº 18, da IFI (Bacciotti, 2018).

O RPF mais recente²³, de julho de 2023, foi publicado depois de iniciado o debate nacional acerca da instituição de um novo arcabouço fiscal, que viria a substituir o Novo Regime Fiscal (esse instituído em 2016 pela Emenda Constitucional nº 95, e conhecido como “teto de gastos”). Assim, a análise de sensibilidade da dívida no RPF é feita ao redor de um cenário principal denominado “cenário de referência”, que incorpora uma conduta governamental voltada ao cumprimento das novas regras:

“O cenário fiscal de referência deste relatório **presume a implementação de medidas** adicionais de receitas e contenção de despesas **para alcance das metas de resultado primário**, sem entrar no mérito, entretanto, de quais opções seriam preferíveis. Dessa forma, a premissa central do cenário de referência deste relatório é o compromisso com o processo de consolidação fiscal e a sustentabilidade, assumido pelo Ministério da Fazenda em diversos comunicados oficiais e na mídia.”

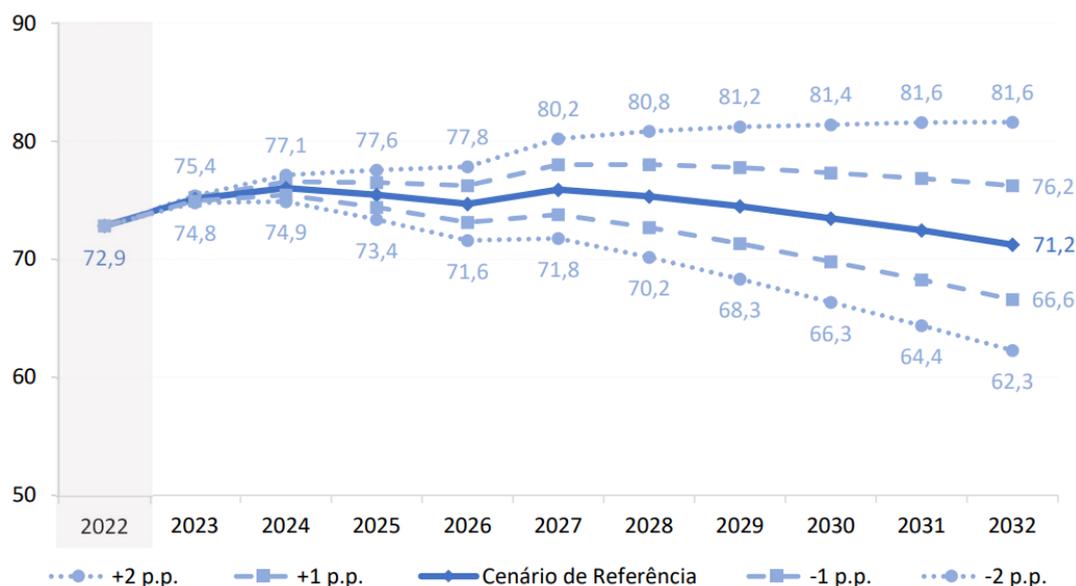
STN (2023, pg. 4).

Os cenários alternativos, sejam determinísticos ou estocásticos, são então produzidos a partir de choques nos parâmetros macroeconômicos (taxa Selic, crescimento do PIB e resultado primário), como feito no Anexo de Riscos Fiscais do PLDO.

Cenários determinísticos

O RPF utiliza cenários alternativos determinísticos para analisar a sensibilidade da dívida: (i) apenas à taxa Selic, (ii) apenas ao resultado primário, e (iii) às três variáveis combinadas (Selic, resultado primário e crescimento do PIB). A Tabela 5, mais adiante, resume estes choques, representados nos Gráficos 6 e 7.

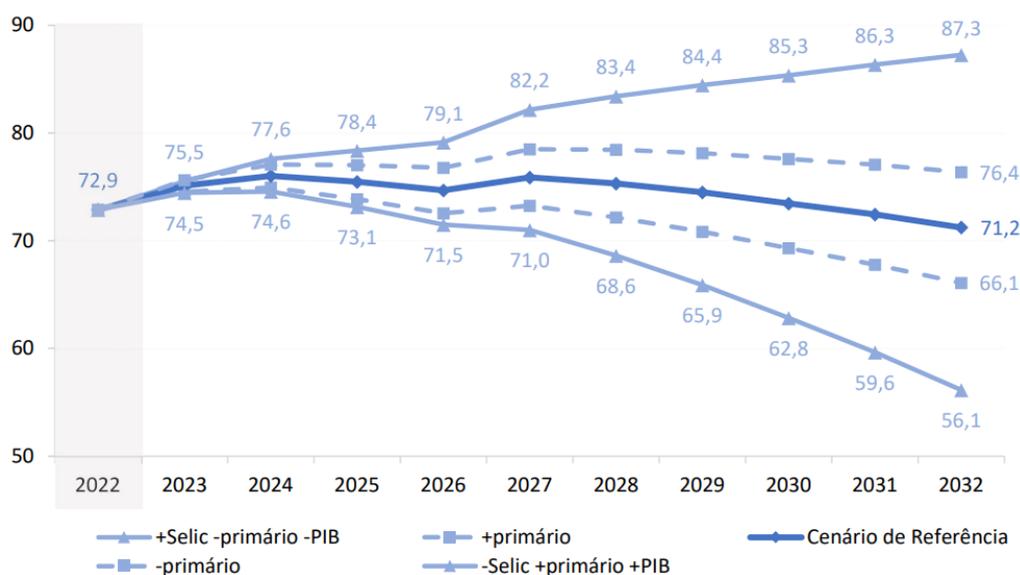
**GRÁFICO 6. SENSIBILIDADE DA DBGG (% DO PIB) A CHOQUES NA TAXA SELIC
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



Fonte: Relatório de Projeções Fiscais, 1º semestre de 2023 (STN, 2023, pg. 66).

²³ STN (2023).

GRÁFICO 7. SENSIBILIDADE DA DBGG (% DO PIB) A CHOQUES NO RESULTADO PRIMÁRIO E A CHOQUES COMBINADOS EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO



Fonte: Relatório de Projeções Fiscais, 1º semestre de 2023 (STN, 2023, pg. 67).

Cenários estocásticos

Os cenários estocásticos do RPF seguem a mesma metodologia do Anexo de Riscos Fiscais do PLDO. De fato, como explicado no próprio RPF, apresenta-se “um exercício de simulação de Monte Carlo, construída a partir de uma distribuição multivariada em torno da Grade de Parâmetros fornecida pela SPE” (STN, 2023, pg. 68).

Discutiu-se anteriormente que o **cenário de referência** presume a implementação de medidas de receita e despesa, a fim de cumprir as metas fiscais fixadas pelo governo. Na geração dos **cenários estocásticos**, utiliza-se a premissa complementar de que o governo reage aos choques:

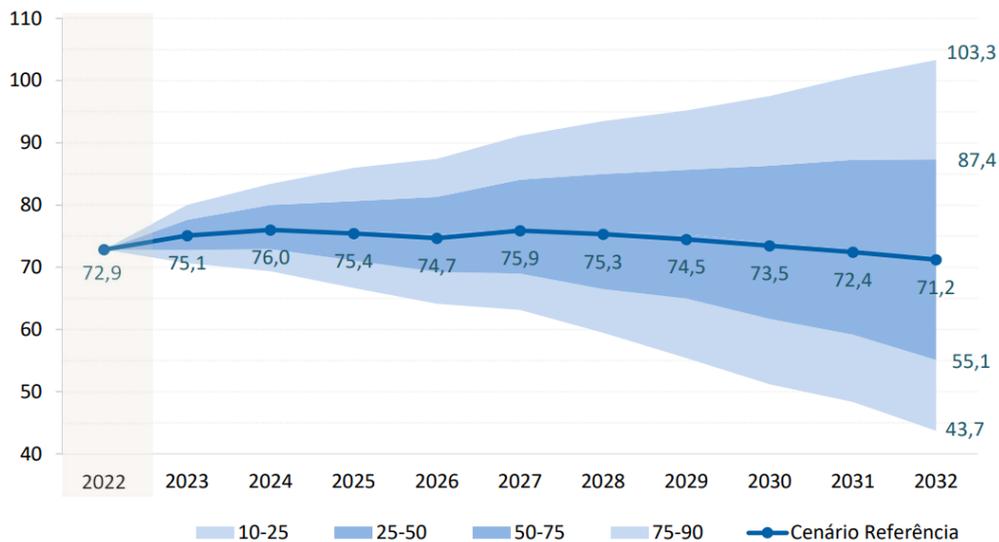
“Os cenários estocásticos foram construídos supondo que as medidas adicionais de receita estão fixas e que se empregará o **contingenciamento até o máximo permitido, sempre que necessário**. Assim, modela-se uma capacidade de **reagir ao choque macroeconômico**, o qual pode frustrar receitas ou elevar o gasto permitido com o limite de despesas. A contenção de despesas discricionárias, ainda que limitada, é a ferramenta mais ágil e sob controle do Poder Executivo, visando atingir as metas fiscais de 2024 a 2026.”

STN (2023, pg. 69). Grifos nossos.

Na metodologia da IFI e das outras instituições consideradas neste estudo, não há reação do governo aos choques.

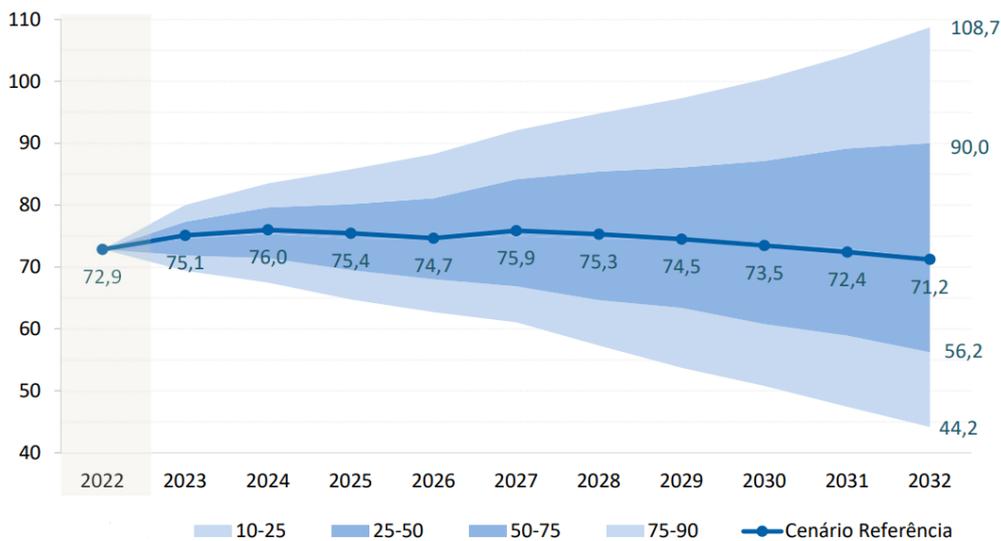
O Gráfico 8 é um *fan chart* simétrico, resultado da aplicação de choques aleatórios sobre o crescimento do PIB e o resultado primário, mas mantendo-se a taxa Selic conforme o cenário de referência (sem choques). O Gráfico 9, por sua vez, é um *fan chart* assimétrico, construído aplicando-se um choque persistente, positivo e não estocástico sobre os juros – na magnitude de 1 p.p. acima do cenário de referência –, e aplicando-se choques estocásticos sobre o resultado primário e o crescimento do PIB.

GRÁFICO 8. FAN CHART SIMÉTRICO DA STN PARA A DBGG (% DO PIB)



Fonte: Relatório de Projeções Fiscais, 1º semestre de 2023 (STN, 2023, pg. 70).

**GRÁFICO 9. FAN CHART ASSIMÉTRICO DA STN PARA A DBGG (% DO PIB)
JUROS MAIS ALTOS EM 1 P.P. (DOWNSIDE RISK)**



Fonte: Relatório de Projeções Fiscais, 1º semestre de 2023 (STN, 2023, pg. 71).

Resumo dos cenários

A Tabela 5 resume as simulações determinísticas e estocásticas expostas acima.

TABELA 5. MAGNITUDES DOS CHOQUES NOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DA STN, NO RELATÓRIO DE PROJEÇÕES FISCAIS (PONTO PERCENTUAL)

Cenários alternativos	Determinantes da dívida		
	Cresc. real do PIB	Taxa de juros (Selic)	Resultado primário
Determinísticos			
Choques combinados 1	-0,5	+1,0	-0,5
Choques combinados 2	+0,5	-1,0	+0,5
Choque resultado primário 1	-	-	-0,5
Choque resultado primário 2	-	-	+0,5
Choque Selic 1	-	+1,0	-
Choque Selic 2	-	-1,0	-
Choque Selic 3	-	+2,0	-
Choque Selic 4	-	-2,0	-
Estocástico			
<i>Fan chart</i> simétrico	Aleatorização	Igual ao cenário de referência	Aleatorização
Misto*			
<i>Fan chart</i> assimétrico (em torno de cenário determinístico alternativo, de <i>downside risk</i>)	Aleatorização	+1,0	Aleatorização

Fonte: Relatório de Projeções Fiscais, 1º semestre de 2023 (STN, 2023). Elaboração: IFI.

Os valores numéricos são choques determinísticos persistentes sobre o cenário de referência.

*Isto é, combinação de um cenário alternativo determinístico com cenários estocásticos, formando um *fan chart* em torno de uma variação do cenário de referência.

II.5 – Fundo Monetário Internacional

Nesta subseção, serão descritas brevemente as metodologias utilizadas pelo Fundo Monetário Internacional (FMI) para avaliar a sustentabilidade da dívida:

- *Market Access Countries Debt Sustainability Analysis* (MAC DSA).
- *Market Access Countries Sovereign Risk and Debt Sustainability Framework* (MAC SRDSF).
- *Low Income Countries Debt Sustainability Framework* (LIC DSF).
- *Debt Dynamics Tool* (DDT).

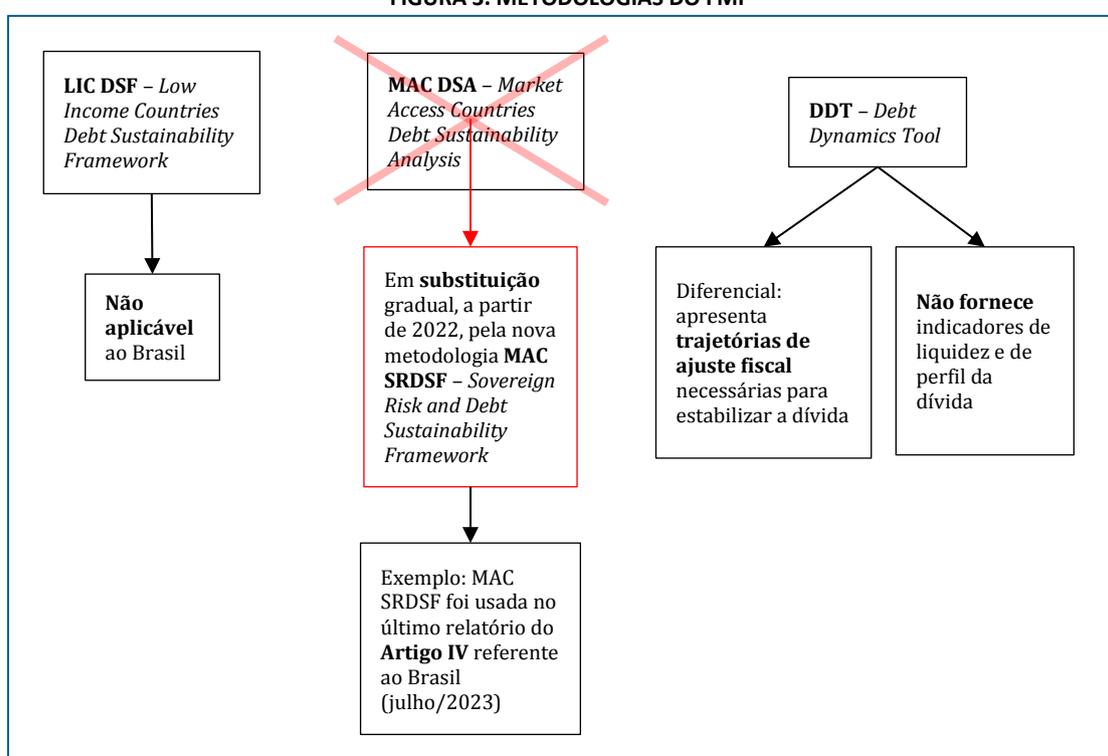
Até 2022, as principais metodologias utilizadas pelo FMI eram a MAC DSA e a LIC DSF, cada uma dedicada a uma categoria diferente de países. A primeira categoria é formada pelos países com maior capacidade de acessar mercados internacionais (*market access*) para emitir sua dívida²⁴. A segunda é formada pelos países de baixa renda (*low income*) que contraem dívida, principalmente, no âmbito de programas de apoio direcionado, como os implementados pelo FMI e pelo Banco Mundial.

²⁴ Em FMI (2022, pg. 5), são definidos como os países não elegíveis a empréstimos por meio do Fundo para a Redução da Pobreza e o Crescimento (PRGT, na sigla em inglês para *Poverty Reduction and Growth Trust*). Tal definição abarca todas as economias avançadas e a maioria dos mercados emergentes.

A MAC DSA passou por ampla revisão metodológica nos últimos anos e, a partir de 2022, começou a ser gradualmente substituída pela nova metodologia MAC SRDSF (FMI, 2023b). Em particular, a última avaliação do Brasil no contexto do Artigo IV do FMI²⁵ usou tal abordagem (ver Anexo IV de FMI, 2023b). A LIC DSF, por sua vez, continua em uso pelo FMI, não sendo tratada em detalhes a seguir por não ser uma metodologia relevante para o caso brasileiro.

A quarta metodologia, DDT, possui como diferenciais, entre outros, (i) o cálculo de trajetórias de ajuste fiscal necessárias para estabilizar a dívida pública em determinado patamar e (ii) a incorporação de variações cambiais “intraperíodo” (isto é, no decorrer do ano) à equação de dinâmica da dívida. Contudo, é uma metodologia mais limitada do que as demais, pois não fornece, além da análise da razão dívida-PIB, nenhum indicador adicional de solvência – como a razão entre dívida externa e exportações –, nem indicadores de liquidez e de perfil da dívida. A Figura 3 apresenta a relação entre as metodologias.

FIGURA 3. METODOLOGIAS DO FMI



Fonte: Ormaechea e Martinez (2021) e FMI (2023b). Elaboração: IFI.

MAC DSA

Descrita em FMI (2021), a MAC DSA era a metodologia utilizada nos relatórios das consultas do Artigo IV, por exemplo. A profundidade das análises realizadas por meio da DSA depende das características do país analisado quanto à dimensão de suas vulnerabilidades e ao grau de utilização de recursos do FMI. Há, de toda forma, um módulo padrão (DSA básico), utilizado em todos os casos, que envolve a construção de um cenário de referência para a dívida pública, contendo projeções para as principais variáveis macroeconômicas (crescimento do PIB, inflação, taxa real de juros e resultado

²⁵ As consultas do Artigo IV são anuais, compostas por amplas discussões entre equipes técnicas do FMI e autoridades de países avaliados, com foco nas políticas econômica e fiscal. A IFI é uma das instituições visitadas anualmente por tais equipes. A base para tais discussões está no Artigo IV dos *IMF Articles of Agreement*. Para mais detalhes, confira a entrada *Article IV Consultation* no glossário do FMI: <https://www.imf.org/en/About/glossary>.

primário) em um horizonte de cinco anos. O cenário de referência é comparado com dois cenários alternativos: cenário histórico e cenário de resultado primário constante.

O cenário histórico é construído fixando-se a taxa de crescimento do PIB, a inflação (do deflator do PIB), o resultado primário e a taxa de juros real em suas médias históricas. No cenário de resultado primário constante, assume-se que essa variável permanecerá no mesmo patamar do primeiro ano de projeção, ao passo que as demais variáveis serão idênticas ao estipulado no cenário de referência.

A análise do quadro fiscal para os países de “maior escrutínio” é mais detalhada, incorporando módulos adicionais ao DSA básico. Tais países são aqueles que satisfazem uma das seguintes condições: (i) o índice de endividamento atual ou projetado está acima de 60%, se classificado como avançado, ou 50%, se emergente; (ii) as necessidades de financiamento atuais ou projetadas estão acima de 10% (avançado) ou 15% (emergente); ou (iii) o país tem ou busca acesso excepcional aos recursos do FMI. Avança, nesse sentido, além do módulo básico, ao incorporar um conjunto de ferramentas auxiliares para identificar e avaliar riscos específicos para a sustentabilidade da dívida.

Resumidamente, há quatro módulos adicionais utilizados para a mensuração desses riscos. O **primeiro** diz respeito ao realismo das projeções do cenário de referência para as principais variáveis macroeconômicas, que pode ser avaliado, entre outras maneiras, pela comparação das estimativas com as produzidas por outras instituições, ou com o consenso de mercado. O **segundo** módulo se refere à vulnerabilidade do perfil de financiamento da dívida, e envolve a análise de características como vencimento, proporção da dívida denominada em moeda estrangeira e natureza da base de credores. O **terceiro** módulo avalia as implicações, para a sustentabilidade da dívida, de choques no resultado primário, no crescimento do PIB, na taxa de juros e na taxa de câmbio. O **quarto** módulo analisa os riscos potenciais da realização de passivos contingentes, através de testes de estresse.

A discussão sobre os riscos associados à sustentabilidade da dívida nos diversos módulos da DSA, no caso de países de “maior escrutínio”, é resumida em dois *fan charts* e um mapa de calor. Os *fan charts* trazem uma visão probabilística da incerteza em torno do cenário base, sendo que, em um deles, os choques são distribuídos de maneira simétrica e, no outro, distribuídos de maneira assimétrica. No mapa de calor, os riscos – sobre o nível de dívida, as necessidades de financiamento e o perfil do endividamento – são classificados como altos, moderados ou baixos.

Uma vez que o FMI está substituindo a MAC DSA pela MAC SRDSF, maior ênfase será dada à segunda metodologia, na próxima subseção.

MAC SRDSF

A metodologia MAC SRDSF está a caminho de se tornar a principal ferramenta do FMI para avaliar a sustentabilidade da dívida pública (FMI, 2022, pg. 1). Vale observar que uma das funções da ferramenta é servir como sistema de alerta para riscos relacionados à dívida dos países, exatamente a mesma função que as demais metodologias levantadas neste estudo desempenham para as IFIs. Essas instituições, entretanto, têm o papel adicional de alertar a sociedade com maior frequência e ênfase.

No caso do FMI, quando riscos de dívida são detectados, a MAC SRDSF pode auxiliar na elaboração de recomendações aos países, de forma que os riscos não se materializem em crises. As IFIs, diferentemente do FMI, têm papel mais contido, pois não devem dar **recomendações** de política, limitando-se a demonstrar as **consequências** das diferentes decisões de política fiscal – conforme preconizam as boas práticas internacionais (OCDE, 2014).

A MAC SRDSF é composta de diversas ferramentas, entre as quais estão os *fan charts*. As ferramentas são alocadas em três grandes grupos, conforme se refiram a avaliações de curto, médio ou longo prazos. Os *fan charts* são parte do segundo grupo, sendo elaborados para um horizonte de cinco anos (considerado médio prazo no documento). Ademais, os *fan charts* estão incluídos no subconjunto denominado *core framework* da metodologia.

Assim como nas demais instituições levantadas neste estudo, a elaboração do *fan chart* da MAC SRDSF é baseada na equação de dinâmica da dívida. Contudo, os cenários estocásticos são obtidos por meio de sorteio dos valores históricos dos determinantes **em nível**. A CE segue estratégia diferente: sorteia valores de **variações** das séries históricas – isto é, de uma amostra de primeira diferenças, na terminologia estatística – para que desempenhem o papel de choques. O OBR, por sua vez, sorteia **resíduos** de projeções lineares dos determinantes da dívida (isto é, resíduos de um VAR) para que desempenhem esse papel. Note que essas três metodologias, apesar de diferentes, têm o mesmo fundamento: o **histórico** das variáveis. A IFI brasileira sorteia choques partindo das variações, como faz a CE.

A seguir, detalham-se as etapas de elaboração do *fan chart* na MAC SRDSF, ilustradas na Figura 4.

Etapa 1/4: primeiros passos

1. Coletar dados históricos anuais de
 - a. Razão entre a dívida denominada em moeda **doméstica** e o PIB (denotada por d_t^d).
 - b. Razão entre a dívida denominada em moeda **estrangeira** (convertida para moeda nacional) e o PIB (d_t^f).
 - c. Taxa nominal de câmbio (e_t).
 - d. Razão entre a dívida **total** e o PIB (d_t) – computada como $d_t = d_t^d + d_t^f$.
 - e. Taxa implícita da dívida total (i_t) – computada convertendo-se juros e dívida externa para a moeda doméstica através da taxa e_t .
 - f. Crescimento real do PIB (g_t).
 - g. Resultado primário (rp_t).
 - h. Inflação doméstica do deflator do PIB (π_t^d).
 - i. Inflação internacional (π_t^f) (do deflator do PIB dos Estados Unidos).
 - j. *Stock-flow adjustments* (ap_t) (opcional).

Será utilizada a notação X_t para representar o vetor composto pelas variáveis acima (exceto dívidas), em cada ano t .

2. Sortear valores de X_t por meio de *block bootstrap*:
 - a. dividem-se os anos da série histórica – por exemplo, de 2001 a 2022 – em grupos (“blocos”) de dois anos contíguos (2001 e 2002, 2003 e 2004, 2005 e 2006, etc.).
 - b. sorteia-se um desses blocos, obtendo-se, assim, $X_{t^*}^{(1)}$ e $X_{t^*+1}^{(1)}$ (em que t^* e $t^* + 1$ são os anos do bloco sorteado, e o sobrescrito (1) é o número do bloco, isto é, o primeiro sorteado).

Repetir os passos “a” e “b” até obter a quantidade de anos que se deseja projetar para o futuro. Por exemplo, no caso da projeção para seis anos à frente (2023 a 2028), obter três blocos:

$$\begin{aligned} &X_{t^*}^{(1)} \text{ e } X_{t^*+1}^{(1)} \\ &X_{t^{**}}^{(2)} \text{ e } X_{t^{**}+1}^{(2)} \\ &X_{t^{***}}^{(3)} \text{ e } X_{t^{***}+1}^{(3)} \end{aligned}$$

3. Gerar uma trajetória simulada para a dívida pública, imputando-se os valores sorteados no passo 2 à equação de dinâmica da dívida, bloco a bloco. Isto é:
 - a. parte-se da equação dada por

$$d_t = \frac{1}{(1 + g_t)(1 + \pi_t^d)} [(1 + \epsilon_t)d_{t-1}^f + d_{t-1}^d + i_t d_{t-1}] - rp_t + ap_t$$

em que ϵ_t é a variação percentual na taxa de câmbio.

b. simula-se:

$$d_{2023} \text{ imputando-se } X_{t^*}^{(1)}$$

$$d_{2024} \text{ imputando-se } X_{t^*+1}^{(1)}$$

$$d_{2025} \text{ imputando-se } X_{t^{**}}^{(2)}$$

$$d_{2026} \text{ imputando-se } X_{t^{**}+1}^{(2)}$$

$$d_{2027} \text{ imputando-se } X_{t^{***}}^{(3)}$$

$$d_{2028} \text{ imputando-se } X_{t^{***}+1}^{(3)}$$

4. Gerar um *fan chart* **preliminar**, repetindo-se 10 mil vezes as etapas 2 e 3, para obter 10 mil trajetórias²⁶.

Conforme FMI (2022, p. 46), o objetivo de se usar *block bootstrap* para o sorteio é capturar tanto a correlação quanto a persistência das variáveis em X_t .

Etapa 2/4: diagnóstico do cenário base

Nesta etapa, o cenário base (não abordado no presente estudo) é comparado com o *fan chart* preliminar. Trata-se de um “*realism diagnostic*”, no qual se verifica se o cenário base é compatível com o histórico do país.

O FMI recomenda que, se o cenário base estiver mais próximo das bordas (superior ou inferior) do *fan chart* do que de seu interior, o cenário seja reavaliado pelo(a) analista, dado o indício de viés – pessimista ou otimista, respectivamente – na elaboração do cenário (FMI, 2022, p. 46).

No caso de **viés otimista**, se o(a) analista decidir manter o cenário base mesmo após essa reavaliação, o FMI recomenda que se passe diretamente para a etapa 4.

Etapa 3/4: centralização (se diagnóstico de ausência de viés)

Caso o diagnóstico da etapa 2 seja de ausência de viés – isto é, cenário base situado razoavelmente no interior do *fan chart* preliminar –, nesta etapa é gerado o *fan chart* **final**, resultado da centralização do *fan chart* preliminar em torno do cenário base.

Etapa 4/4: resolução (se diagnóstico de viés otimista)

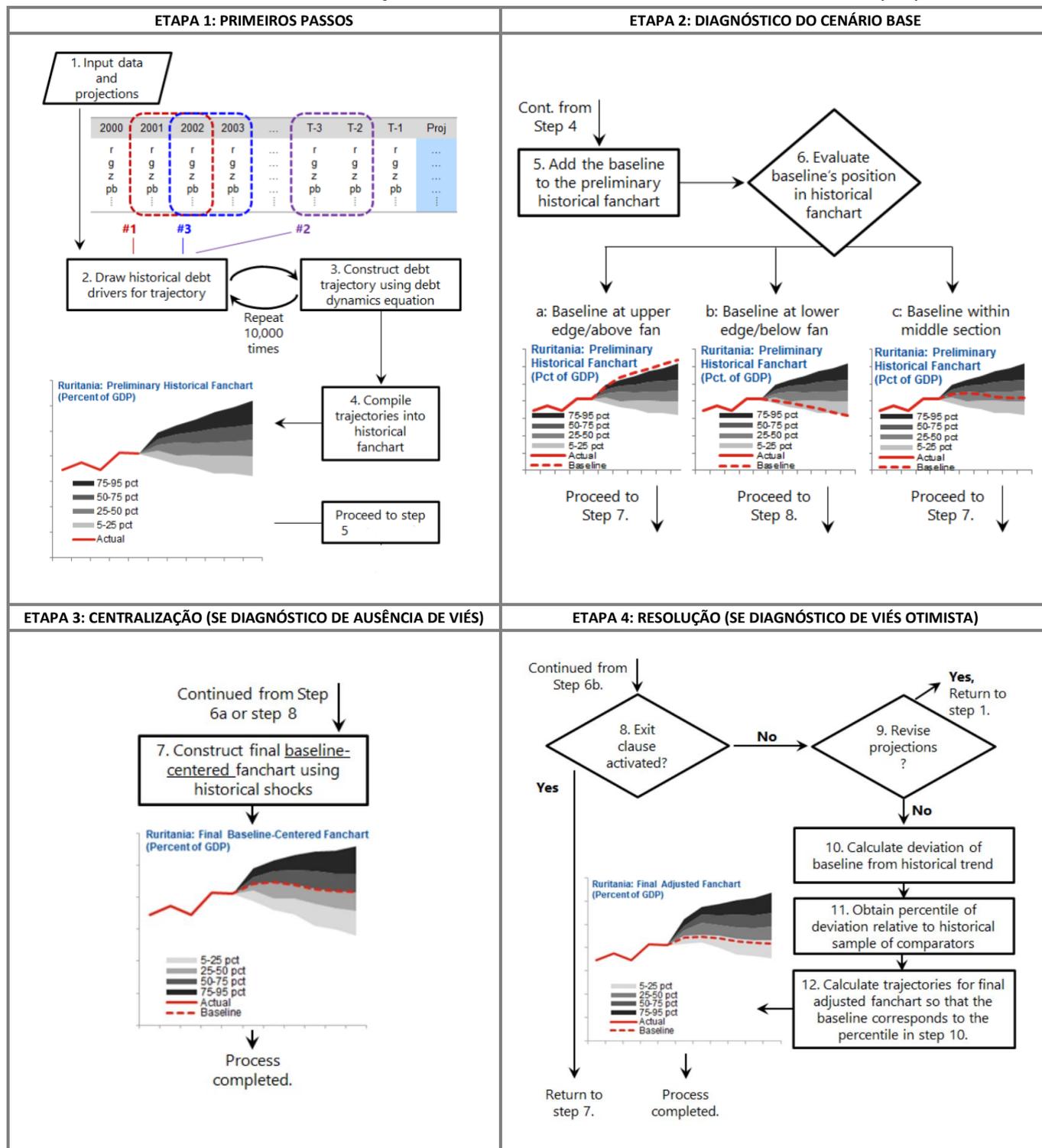
Caso o cenário base se revele próximo da borda inferior do *fan chart* preliminar, realiza-se o seguinte procedimento:

1. Calcula-se a **mediana** da dívida no último ano do *fan chart* preliminar.
2. Calcula-se a **diferença** entre (i) o cenário base no último ano projetado e (ii) a mediana do passo 1. Note que o cenário base estará abaixo da mediana, em razão de se tratar de um caso de viés otimista.
3. Compara-se o valor calculado no passo 2 com um histograma de valores, calculados da mesma forma para um grupo de países de referência. Obtém-se, desta comparação, o **percentil** que o valor do passo 2 representa do histograma.
4. Desloca-se o *fan chart* preliminar (mas não o cenário base) para cima, de forma que o cenário base seja **igual** ao percentil do passo 3, no *fan chart* do país.

Como resultado deste ajuste, “ainda que o cenário base se mantenha inalterado, o deslocamento do *fan chart* implicará que as trajetórias simuladas estarão associadas a níveis maiores de endividamento do que se o ajuste não tivesse sido feito” (FMI, 2022, pg. 48, tradução nossa).

²⁶ Repare que, como cada trajetória é feita do sorteio de vários blocos de dois anos, então a quantidade total de sorteios é algumas vezes superior a 10 mil.

FIGURA 4. ETAPAS DE ELABORAÇÃO DO FAN CHART SEGUNDO A METODOLOGIA DA MAC SRDSF (FMI)



Fonte: FMI (2022, pg. 45-49). Nota: o termo "Ruritania" presente nos gráficos é o nome de um país fictício, usado com finalidade ilustrativa.

DDT (*Public Debt Dynamics Tool*)

A ferramenta denominada *Public Debt Dynamics Tool* (DDT), detalhada em Ormaechea e Martinez (2021), é voltada para a projeção da dívida pública e de trajetórias de ajuste fiscal (*fiscal adjustment paths*) capazes de conduzir a dívida a uma meta. A ferramenta permite não apenas a elaboração de *fan charts*, mas também (i) de um cenário base, (ii) de cenários alternativos, (iii) de testes de estresse, e (iv) a identificação dos principais determinantes de alterações específicas na dívida pública.

A principal equação de dinâmica da dívida utilizada na DDT²⁷ incorpora o efeito que variações cambiais “intrapérido” (ocorridas **no decorrer** de cada ano) têm sobre a dívida. Explicitamente:

$$d_t = \frac{1 + \hat{r}_t^w}{1 + g_t} d_{t-1} - \mu_t (rp_t - of_t) \quad (16)$$

em que

- d_t é a dívida total, em percentual do PIB.
- g_t é o crescimento real do PIB.
- rp_t é o resultado primário.
- of_t são outros fluxos que afetam a dívida (por exemplo, ajustes patrimoniais, se o usuário da ferramenta desejar incluí-los).
- μ_t é um fator modificativo do resultado primário, que o ajusta para variações cambiais intrapérido, e é dado por

$$\mu_t = \frac{1}{1 - \alpha_t \left(1 - \frac{e_t^{média}}{e_t^{final}}\right)}$$

- α_t é a proporção da dívida que está denominada em moeda estrangeira.
- $e_t^{média}$ é a taxa de câmbio média ao longo do período.
- e_t^{final} é a taxa de câmbio ao final do período.
- \hat{r}_t^w é uma taxa real de juros que incorpora efeitos de variações cambiais intrapérido, satisfazendo

$$1 + \hat{r}_t^w = \mu_t \frac{\alpha_{t-1} (1 + i_t^f) (1 + \varepsilon_t^{final}) \frac{e_t^{média}}{e_t^{final}} + (1 - \alpha_{t-1}) (1 + i_t^d)}{1 + \pi_t}$$

- $\varepsilon_t^{final} = \frac{e_t^{final}}{e_{t-1}^{final}} - 1$ é a variação percentual da taxa de câmbio ao final do período, entre $t - 1$ e t .
- i_t^d é a taxa nominal implícita da dívida denominada em moeda local.
- i_t^f é a taxa nominal implícita da dívida denominada em moeda estrangeira.
- π_t é a inflação do deflator do PIB doméstico.

Apesar de ter forma mais complexa do que a usual, a equação (16) se assemelha ao formato típico da equação de dinâmica da dívida, exceto por modificar alguns elementos – a taxa real de juros e os fluxos rp_t e of_t – para que incorporem o efeito de variações cambiais intrapérido. De fato, no caso de inexistência de dívida denominada em moeda estrangeira, teríamos $\alpha_{t-1} = \alpha_t = 0$ e, assim, (16) se tornaria:

$$d_t = \frac{(1 + i_t^d)}{(1 + \pi_t)(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t - of_t$$

A partir de (16), a DDT permite a elaboração de diversos cenários determinísticos de interesse, como explicado a seguir.

²⁷ Ormaechea e Martinez (2021, pg. 10, eq. 8).

Cenários determinísticos

Os exercícios usam como referência o cenário base determinístico, que é produzido pela própria ferramenta. Além do base, há quatro outros tipos de cenários determinísticos. O **cenário histórico** fixa os valores dos determinantes da dívida (taxas de juros, variação cambial, crescimento do PIB, etc.) em suas médias históricas. O **cenário de resultado primário constante** fixa os determinantes em seus valores do cenário base, exceto o resultado primário, que é fixado no valor do primeiro ano de projeção. Nos **cenários de choque determinístico**, os principais determinantes são iguais à soma de (i) seus valores do cenário base e (ii) um múltiplo – definido pelo(a) usuário(a) da ferramenta – do desvio-padrão histórico da variável. Finalmente, no **cenário customizado**, o(a) usuário(a) é livre para fixar as trajetórias que desejar, ano a ano, para os principais determinantes da dívida.

Cenários estocásticos

Para gerar o *fan chart*, a DDT se baseia na MAC DSA do FMI – metodologia que se encontrava sob revisão pelo Fundo no momento da publicação de Ormaechea e Martinez (2021), como os próprios autores mencionam.

Quatro variáveis recebem choques, sendo essas diferentes das anteriores. Isso porque, muito embora a equação principal de evolução da dívida seja a (16), a DDT recorre a uma modificação de tal equação para construir os *fan charts*²⁸. As variáveis que recebem os choques compõem tal versão modificada, dada por:

$$d_t = \frac{\alpha_{t-1}(1 + \hat{r}_t^{f,aum}) + (1 - \alpha_{t-1})(1 + \hat{r}_t^d)}{1 + g_t} d_{t-1} - rp_t^{aum} \quad (17)$$

em que

- $\hat{r}_t^{f,aum}$ é a taxa real de juros internacional implícita “aumentada”, que satisfaz

$$1 + \hat{r}_t^{f,aum} = \mu_t(1 + i_t^f) \frac{e_t^{média} (1 + \varepsilon_t^{final})}{e_t^{final} (1 + \pi_t)}$$

- \hat{r}_t^d é a taxa real de juros doméstica implícita, que satisfaz

$$1 + \hat{r}_t^d = \mu_t \frac{1 + i_t^d}{1 + \pi_t}$$

- rp_t^{aum} é o resultado primário “aumentado”, que satisfaz

$$rp_t^{aum} = \mu_t(rp_t - of_t) - res_t$$

- res_t mensura fatores, **não identificáveis** pelo(a) usuário(a) da ferramenta, que causam diferença entre a trajetória **observada** da dívida e a trajetória **computada** a partir da equação de dinâmica da dívida.²⁹

Assim, choques serão gerados e aplicados sobre \hat{r}_t^d , g_t , rp_t^{aum} e $\hat{r}_t^{f,aum}$. O procedimento é semelhante ao da CE e da IFI. O primeiro passo é coletar a série histórica anual destas variáveis.³⁰ Em seguida, calcula-se a matriz de variância-covariância entre elas. Depois, imputa-se esta matriz a uma distribuição normal multivariada com média zero. Então, sorteiam-se choques desta distribuição, que serão somados aos valores de cenário base das quatro variáveis. Assim, a DDT produz 1.000 cenários estocásticos para cada um destes quatro determinantes da dívida. Finalmente, estas 1.000 trajetórias são recursivamente imputadas na equação de dinâmica da dívida, produzindo 1.000 cenários estocásticos para a dívida pública.

²⁸ Ormaechea e Martinez (2021, pg. 20, nota de rodapé 19).

²⁹ A respeito da variável res_t , note que ajustes **identificáveis** pelo usuário (como os patrimoniais) não devem ser incluídos em res_t , mas sim em of_t . No cenário base, $res_t = 0$, mas na série histórica res_t pode diferir de zero.

³⁰ “*Fan charts rely on historical annual data of four key variables that determine debt dynamics. These data are used to generate the sample means and the variance-covariance matrix that define the joint normal distribution of shocks*” (Ormaechea e Martinez, 2021, pg. 22).

II.6 – Tribunal de Contas da União (Brasil)

O TCU realiza acompanhamento permanente da gestão da dívida pública. Tal trabalho subsidia, por exemplo, o Parecer Prévio sobre as Contas do Presidente da República, elaborado pelo Tribunal anualmente. No acompanhamento de 2023, o TCU utilizou a metodologia MAC DSA, do FMI, para avaliar a sustentabilidade da dívida:

“(…) com o objetivo de avaliar a dinâmica recente da dívida e sua sustentabilidade a longo prazo foi aplicada a metodologia *Debt Sustainability Analysis for Market-Access Countries (DSA-MAC)*. Os dados utilizados para projeção futura dos fatores que afetam dívida foram obtidos na Grade de Parâmetros da SPE, nos relatórios de projeção fiscal da STN e em publicações da Instituição Fiscal Independente.”

TCU (2023). Grifos nossos.

Uma diferença em relação à metodologia da IFI é que o TCU avalia a sustentabilidade de outra medida de dívida pública – a Dívida Bruta do Governo Federal (DBGF) –, e não da DBGG. Conforme esclarecimento do Tribunal:

“Para análise da sustentabilidade foi utilizado o conceito de Dívida Bruta do Governo Federal (DBGF) em percentual do PIB. O indicador abrange a DPF, dívida contraída pelo Tesouro Nacional para financiar o déficit orçamentário do Governo Federal, nele incluído o refinanciamento da própria dívida, acrescida dos títulos de posse do Banco Central. A DBGF difere do conceito adotado pela STN na elaboração do PAF e dos relatórios mensais e anuais da DPF, visto que a STN não inclui o estoque de títulos sob posse da autoridade monetária.

A DBGF (...) é composta pela Dívida Pública Mobiliária Federal Interna (DPMFi), pela Dívida Pública Federal Externa (DPFe) e pela Dívida Pública Mobiliária Federal Interna em poder do Banco Central (DPMFi em poder do Banco Central).”

TCU (2023).

Em seu relatório, o TCU produziu tanto cenários determinísticos quanto cenários estocásticos, comentados a seguir.

Cenários determinísticos

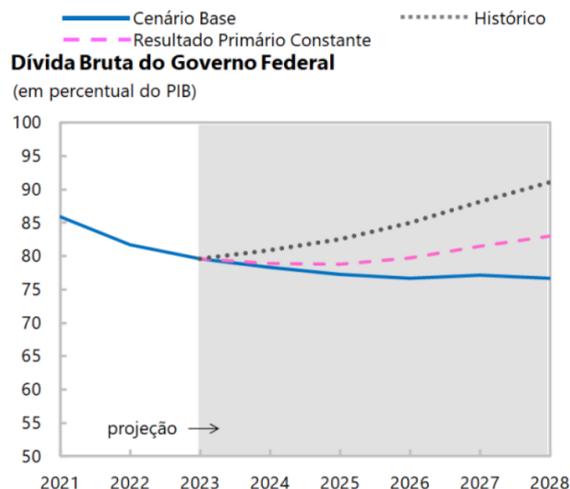
O TCU obtém o cenário base a partir das projeções oficiais do governo, e elabora dois cenários alternativos: cenário histórico e cenário de resultado primário constante.

No primeiro caso (cenário histórico), tanto o crescimento real do PIB quanto o resultado primário (em percentual do PIB) foram fixados na média histórica de 2013 a 2022. A taxa real de juros sofre um choque persistente igual à diferença entre (i) a média dos juros projetados e (ii) a média histórica dos juros.

No segundo caso (cenário de resultado primário constante), o resultado primário é mantido inalterado, no nível do primeiro ano de projeção (2023), enquanto as demais variáveis são as mesmas do cenário base.

O TCU conclui, ao comparar o cenário base com os dois cenários alternativos (Gráfico 10), que há discrepância significativa entre o base e os demais, explicada por variações extremas nos determinantes da dívida no histórico recente.

**GRÁFICO 10. CENÁRIOS ALTERNATIVOS PARA A DÍVIDA (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



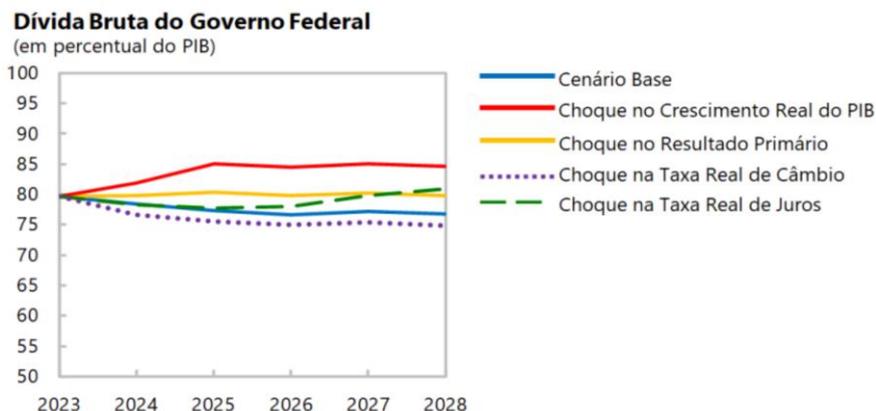
Fonte: TCU (2023).

O TCU realiza **seis** testes de estresse. Os **quatro primeiros** envolvem cenários determinísticos com choques aplicados, separadamente, sobre quatro determinantes da dívida: crescimento real do PIB, resultado primário, taxa nominal de câmbio e taxa real de juros (Gráfico 11). A descrição dos choques aplicados está na Tabela 6.

Esses testes de estresse macrofiscal se assemelham aos realizados pela STN, pelo PBO da Austrália e pelo CFP, com a diferença de que, em alguns casos, o TCU aplica choques **temporários** (somente em 2024 e 2025), e não persistentes. Como consequência, a deterioração (elevação) da dívida também é temporária nestes casos, apresentando crescimento até um pico e, depois, entrando em trajetória de queda até o horizonte de projeção (2028). Trata-se dos testes com choques sobre o crescimento do PIB e o resultado primário (Tabela 6).

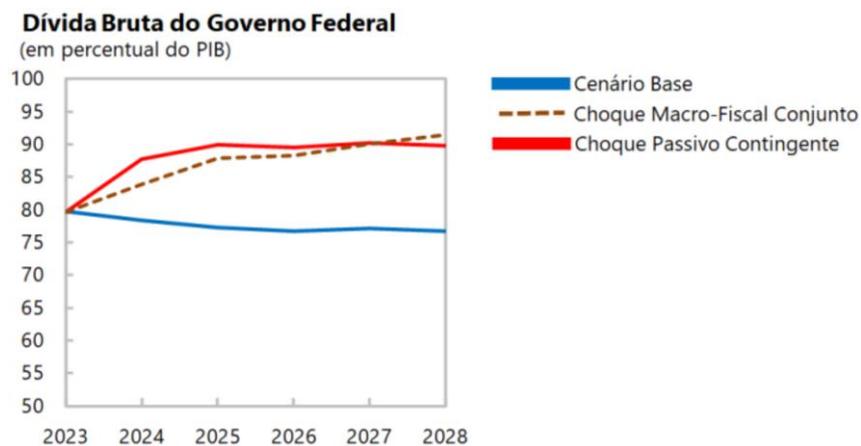
Os **dois testes adicionais de estresse** (Gráfico 12) são: (i) o teste macrofiscal conjunto, que aplica os quatro choques anteriores conjuntamente; e (ii) o teste sobre passivos contingentes, que não é totalmente detalhado no relatório.

**GRÁFICO 11. TESTES DE ESTRESSE MACROFISCAL SOBRE A DÍVIDA (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**



Fonte: TCU (2023).

**GRÁFICO 12. TESTES DE ESTRESSE ADICIONAIS SOBRE A DÍVIDA (% DO PIB)
EXERCÍCIO DETERMINÍSTICO**

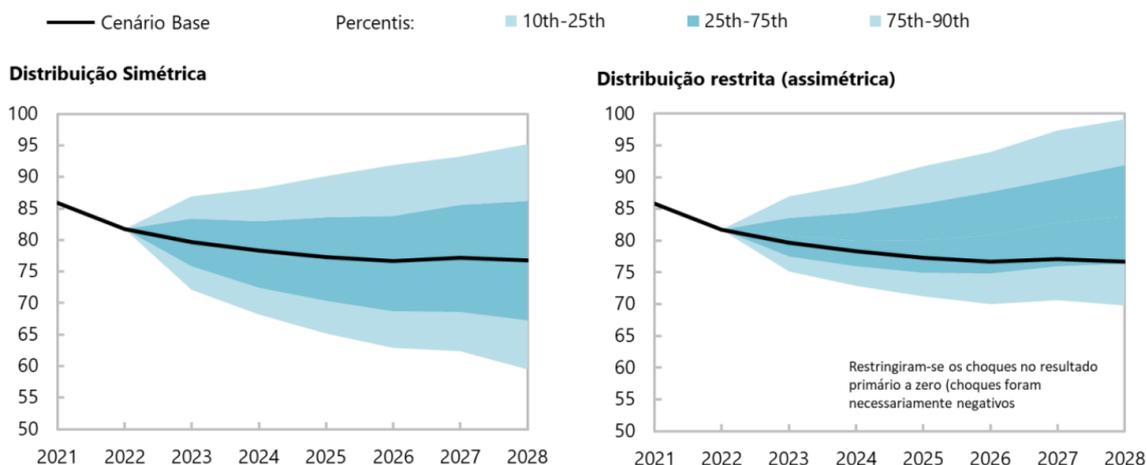


Fonte: TCU (2023).

Cenários estocásticos

O TCU elabora dois *fan charts*, simétrico e assimétrico, assim como a STN. A diferença é que o caso assimétrico do Tribunal não é construído com o auxílio de um cenário alternativo para os **juros**, mas sim a partir da restrição dos valores sorteados para o **resultado primário**, que devem ser necessariamente negativos (Gráfico 13 e Tabela 6).

GRÁFICO 13. FAN CHARTS PARA A DÍVIDA (% DO PIB)



Fonte: TCU (2023).

Resumo
TABELA 6. DESCRIÇÃO DOS CHOQUES NOS CENÁRIOS ALTERNATIVOS DO TCU

Cenários alternativos	Determinantes da dívida			
	Cresc. real do PIB	Taxa real de juros	Resultado primário	Taxa nominal de câmbio
Determinísticos				
Cenário histórico	Igual à média histórica	Diferença entre: taxa média do intervalo projetado e taxa média do histórico (2013-2022)	Igual à média histórica	-
Cenário de resultado primário constante	Como no cenário base	Como no cenário base	Fixo no valor do primeiro ano de projeção	-
Teste de estresse macrofiscal 1	Redução no cresc. de 2024 e 2025 igual a 1 desvio-padrão do cresc. observado entre 2013 e 2022	-	-	-
Teste de estresse macrofiscal 2	-	-	Redução do resultado, em 2024 e 2025, igual a 0,5 desvio-padrão do resultado observado entre 2013 e 2022	-
Teste de estresse macrofiscal 3	-	Diferença entre a maior taxa histórica (2013 e 2022) e a taxa média do intervalo projetado	-	-
Teste de estresse macrofiscal 4	-	-	-	Maior desvalorização cambial observada entre 2013 e 2022
Teste adicional de estresse 1 (macrofiscal conjunto)	Aplicação conjunta dos choques dos 4 testes de estresse anteriores			
Teste adicional de estresse 2 (passivos contingentes)	(não detalhado)			
Estocásticos				
<i>Fan chart</i> simétrica	Choques sorteados de distribuições normais			
<i>Fan chart</i> assimétrica	Choques sorteados de distribuições normais, exceto para o resultado primário, cujos choques sorteados são necessariamente negativos			

Fonte: TCU (2023). Elaboração: IFI.

II.7 – Comissão Europeia

A seguir, apresenta-se a metodologia utilizada pela CE, recentemente endossada na proposta da Comissão para reformar a governança econômica da UE. Conforme recomendações publicadas no ano passado (CE, 2022) – e neste ano codificadas em propostas legislativas (CE, 2023) –, essa *Debt Sustainability Analysis* (DSA) continuará sendo o procedimento de preferência para o acompanhamento da sustentabilidade da dívida dos Estados-Membros do bloco:

“To determine the reference adjustment path ensuring the convergence of debt to prudent levels, the Commission would use a well-established and transparent methodology, drawing from its debt sustainability analysis (DSA) framework, and agreed with Member States. (...)”

*The Commission’s DSA framework is a well-established analytical toolkit for assessing debt sustainability risks. It includes a **baseline projection** for the debt trajectory over 10 years, along with **additional deterministic debt projections** underpinned by alternative assumptions for fiscal, macroeconomic and financial variables, as well as **stochastic analysis** capturing broad macroeconomic uncertainty.”*

(CE, 2022, pg. 22, grifos nossos)

*The Commission’s **DSA framework is in line with the state-of-the-art approaches used in other institutions**, such as the ECB [European Central Bank] and the IMF [International Monetary Fund], and is transparently and thoroughly documented in the regular Commission publications. It is also regularly discussed with Member States and relies on a number of assumptions commonly agreed with them. The DSA methodology is published and presented in full transparency in the Debt Sustainability Monitor 2022.*

(CE, 2023a, grifos nossos)

Na edição mais recente de seu relatório de sustentabilidade, o *Debt Sustainability Monitor 2022*, a CE explica que a DSA consiste em “um conjunto de *projeções determinísticas*, incluindo um cenário base, cenários alternativos e testes de estresse, e um conjunto de *projeções estocásticas*” (CE, 2023b, pg. 257)³¹. Assim, mais uma vez se percebe que a combinação de projeções determinísticas e estocásticas constituem boa prática internacional, justificando que seja esse o sentido de aprimoramento da metodologia da IFI para análise da sustentabilidade da dívida.

A DSA incorpora o impacto esperado do envelhecimento da população. Por ora, tal elemento não faz parte da metodologia adotada pela IFI brasileira.

Equação de dinâmica da dívida

A CE inclui a variação cambial em sua equação de dinâmica da dívida, à semelhança das abordagens do FMI (MAC SRDSF e DDT) vistas acima. Esse aspecto é relevante, pois os Estados-Membros se diferenciam quanto à exposição de suas dívidas a moedas estrangeiras. Assim, a equação inicial da CE é³²

$$d_t = \left[\alpha^n \cdot d_{t-1} \cdot \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t^n)} \right] + \left[\alpha^{eur} \cdot d_{t-1} \cdot \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t^n)} \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \right] + \left[\alpha^{usd} \cdot d_{t-1} \cdot \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t^n)} \cdot \frac{\tilde{e}_{t-1}}{\tilde{e}_t} \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \right] - rp_t + f_t \quad (18)$$

em que

- d_t é a dívida total em percentual do PIB.
- α^n é a proporção da dívida que está denominada em moeda local (nacional).

³¹ Para detalhes mais objetivos da metodologia de cenários **determinísticos** da Comissão Europeia, confira a seção 2.1, bem como o Box 1 da Introdução de CE (2023b). Para detalhes da metodologia de cenários estocásticos, confira a seção 2.2 e o Anexo A4 do mesmo documento.

³² CE (2023b, pg. 108, equação 1’). A versão usada para a elaboração das *fan charts* consiste em uma pequena alteração da equação (18), e será apresentada adiante.

- α^{eur} é a proporção da dívida que está denominada em euros.
- α^{usd} é a proporção da dívida que está denominada em dólares americanos.
- i_t é a taxa de juros nominal implícita da dívida.
- g_t^n é o crescimento do PIB nominal.
- e_t é a taxa de câmbio nominal entre a moeda local e o euro.
- \tilde{e}_t é a taxa de câmbio nominal entre o dólar americano e o euro.
- rp_t é o resultado primário em percentual do PIB.
- f_t são os ajustes patrimoniais em percentual do PIB.

Há duas diferenças evidentes entre (18) e as demais equações de dinâmica da dívida expostas neste estudo. Primeiro, a mesma taxa implícita de juros nominal (i_t) é usada nas parcelas referentes a dívidas denominadas em moedas distintas (local, euro e dólar). Na verdade, trata-se de simplificação, resultado da hipótese de que a taxa da dívida denominada em moeda local é igual à taxa das dívidas denominadas nas outras moedas. Na DDT do FMI, por exemplo, as taxas são potencialmente diferentes, e assim mantidas na equação.

A segunda diferença é que não há apenas um tipo de moeda estrangeira, mas sim dois: euro e dólar. A explicação é que a CE utiliza este modelo para avaliar tanto países da UE que adotaram o euro quanto aqueles que não adotaram.

Cenários estocásticos

Para a elaboração dos cenários estocásticos, a CE se baseia em estudo publicado há alguns anos (CE, 2013), no qual a IFI brasileira também fundamenta sua metodologia. A seguir, os principais passos do procedimento da CE para a obtenção de *fan charts* (Gráfico 14).

Etapa 1/4: sorteio dos choques

Os choques são gerados para cinco variáveis que compõem a equação de dinâmica da dívida, a partir de dados trimestrais. O procedimento consiste em:

1. Coletar séries históricas trimestrais para
 - a. Resultado primário (rp_t).
 - b. Taxa de juros nominal implícita de curto prazo (i^{CP}).
 - c. Taxa de juros nominal implícita de longo prazo (i^{LP}).
 - d. Crescimento do PIB nominal (g_t^n).
 - e. Taxa de câmbio (e_t), apenas para países da UE que não adotaram o euro.
2. Remover *outliers* das séries históricas.
3. Calcular as primeiras diferenças das séries históricas:
 - a. $\Delta rp_t = rp_t - rp_{t-1}$
 - b. $\Delta i_t^{CP} = i_t^{CP} - i_{t-1}^{CP}$
 - c. $\Delta i_t^{LP} = i_t^{LP} - i_{t-1}^{LP}$
 - d. $\Delta g_t^n = g_t^n - g_{t-1}^n$
 - e. $\Delta e_t = e_t - e_{t-1}$
4. Calcular a matriz de variância-covariância amostral ($\hat{\Sigma}$) das primeiras diferenças.
5. Imputar $\hat{\Sigma}$ como matriz de variância-covariância de uma distribuição normal multivariada, cuja média é um vetor de zeros.
6. Sortear 2.000 vetores da distribuição normal. Cada vetor contém quatro choques (ou cinco, para os países que não adotaram o euro), sendo um choque para cada variável do passo 1.

Etapa 2/4: acumulação dos choques trimestrais em choques anuais

Os choques a serem aplicados deverão estar em frequência anual. Para tanto, os choques trimestrais da etapa anterior são acumulados para gerar contrapartidas anuais (denotadas por ε). Exceto para as taxas implícitas de juros (i_t^{CP} e i_t^{LP}), os choques anuais são obtidos através da soma dos choques trimestrais:

$$\varepsilon_t^{rp} = \sum_{q=1}^4 \Delta rp_q \quad \varepsilon_t^{gn} = \sum_{q=1}^4 \Delta g_q^n \quad \varepsilon_t^e = \sum_{q=1}^4 \Delta e_q$$

A versão anual dos choques nas taxas de juros de curto e longo prazos é uma única variável (ε_t^i), resultado da combinação dos choques trimestrais Δi_t^{CP} e Δi_t^{LP} . O procedimento neste caso é mais elaborado, para considerar a persistência de Δi_t^{LP} ao longo do tempo.³³

Etapa 3/4: trajetórias dos determinantes da dívida

Os choques ε_t^{rp} , ε_t^{gn} , ε_t^i e ε_t^e são então aplicados sobre as respectivas variáveis do cenário base determinístico da CE. Para cada ano t do horizonte de projeção, a seguinte equação é utilizada:

$$\begin{bmatrix} rp_t^{sim} \\ g_t^{n,sim} \\ i_t^{sim} \\ e_t^{sim} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{rp}_t \\ \overline{g}_t^n \\ \overline{i}_t \\ \overline{e}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{rp} \\ \varepsilon_t^{gn} \\ \varepsilon_t^i \\ \varepsilon_t^e \end{bmatrix}$$

em que o sobrescrito “sim” denota o valor simulado da variável, e a barra superior denota o valor da variável no cenário base determinístico.

Etapa 4/4: trajetórias da dívida

Para gerar as trajetórias da dívida, a CE utiliza uma versão modificada da equação (18):

$$d_t = \left[\alpha^n \cdot d_{t-1} \cdot \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t^n)} \right] + \left[\alpha^f \cdot d_{t-1} \cdot \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t^n)} \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \right] - rp_t + c_t + f_t \quad (19)$$

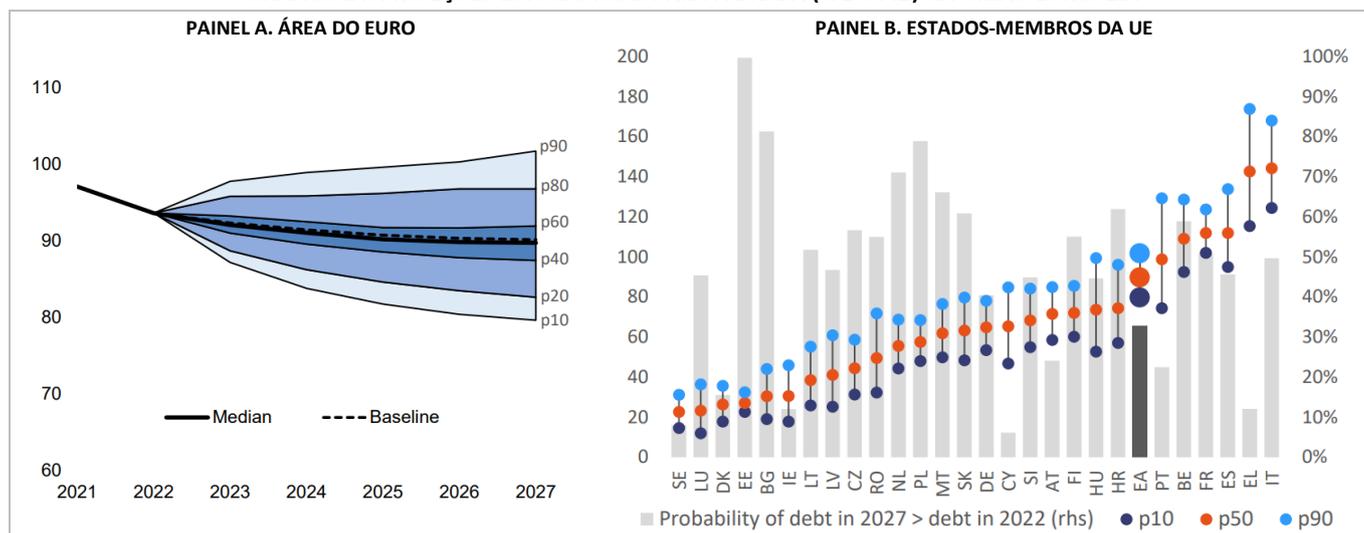
em que

- c_t é a variação nos custos associados ao envelhecimento da população.
- α^f é a proporção da dívida que está denominada em moeda estrangeira.

Na metodologia da IFI, utilizam-se as premissas simplificadoras $\alpha_t^f = c_t = 0$.

³³ Os detalhes podem ser consultados em CE (2023b, pg. 115).

GRÁFICO 14. PROJEÇÕES ESTOCÁSTICAS PARA A DÍVIDA (% DO PIB) NA UNIÃO EUROPEIA



Fonte: CE (2023b). Nota: no painel B, os termos “p10”, “p50” e “p90” referem-se, respectivamente, aos percentis 10%, 50% e 90% da distribuição da dívida em 2027.

II.8 – Comparação entre as instituições

Para resumir o levantamento das práticas das outras instituições, apresentam-se a seguir duas tabelas comparativas. A Tabela 7 compara aspectos gerais das metodologias. A Tabela 8 é mais específica, comparando apenas as equações de dinâmica da dívida adotadas pelas instituições.

A Tabela 7 indica que instituições com horizonte de projeção mais longo (além de cinco anos) são aquelas que se baseiam em cenários estritamente determinísticos (PBO e CFP, com 45 e 15 anos, respectivamente). De fato, tais cenários são mais tratáveis para análises mais longas. A própria IFI brasileira, que optou pelo horizonte de cinco anos para seus cenários estocásticos, elabora cenários mais extensos no caso determinístico (10 anos).

A Tabela 8 mostra que a metodologia da IFI não inclui os últimos três elementos (colunas) da tabela: taxa de câmbio, ajustes patrimoniais e outros fluxos. A mesma opção é feita pelo OBR, pelo PBO e pelo CFP. No caso da IFI, a razão para não se incluir a taxa de câmbio é que somente uma pequena parcela da dívida está denominada em moeda estrangeira. As metodologias do FMI (MAC SRDSF e DDT) possuem as equações mais completas.

Instituições como o PBO, o CFP e a IFI brasileira não usam o deflator do PIB explicitamente na equação. Evidentemente, tal opção não significa que o deflator seja ignorado. A variável é utilizada em etapas anteriores às imputações na equação – por exemplo, na obtenção dos juros reais, esses sim presentes na equação da IFI.

A STN foi omitida da Tabela 8 porque não foi encontrado um detalhamento da equação nos documentos consultados.

TABELA 7. ASPECTOS GERAIS DOS CENÁRIOS ESTOCÁSTICOS

Instituição	Usa fan chart?	Usa cenários determinísticos?	Usa cenários estocásticos?	Como sorteia choques?***	Escolhe um cenário para ser o “central” ou “base”?	Horizonte de projeção dos cenários estocásticos*
Office for Budget Responsibility (IFI Reino Unido)	Sim	Sim	Sim	Histórico dos resíduos de projeção	Sim	5 anos
Parliamentary Budget Office (IFI Austrália)	Sim	Sim	Não	-	Não	45 anos
Conselho das Finanças Públicas (IFI Portugal)	Sim	Sim	Não	-	Sim	15 anos
Secretaria do Tesouro Nacional (Brasil)	Sim	Sim	Sim	Histórico	Sim	4 anos (PLDO) 10 anos (RPF)
MAC SRDSF (FMI)	Sim	Sim	Sim	Histórico do nível	Sim	5 anos
DDT (FMI)	Sim	Sim	Sim	Histórico	Sim	12 anos ou mais
TCU	Sim	Sim	Sim	Histórico do nível**	Sim	6 anos
Comissão Europeia	Sim	Sim	Sim	Histórico das primeiras diferenças	Sim	5 anos
IFI brasileira	Sim	Sim	Sim	Histórico das primeiras diferenças	Sim	5 anos

Elaboração: IFI.

*No caso do PBO da Austrália e do CFP, refere-se aos cenários determinísticos.

**Conforme inferido de FMI (2021), sobre a MAC DSA, metodologia usada em TCU (2023).

***Nos casos em que não ficou evidente o tipo de histórico sorteado (se nível, se primeiras diferenças, etc.) mantivemos apenas o termo “Histórico”.

TABELA 8. VARIÁVEIS USADAS NA EQUAÇÃO DE DINÂMICA DA DÍVIDA

Instituição	Estoque da dívida	Deflator do PIB	Resultado primário	Juros	Crescimento do PIB	Taxa de câmbio	Ajustes patrimoniais	Outros fluxos
Office for Budget Responsibility (Reino Unido)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Não
Parliamentary Budget Office (Austrália)	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não
Conselho das Finanças Públicas (Portugal)	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não
MAC SRDSF (FMI)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
DDT (FMI)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Comissão Europeia	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
TCU*	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não
IFI brasileira	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não

Elaboração: IFI. *Na ausência da forma explícita da equação do TCU, essa foi inferida do Gráfico 20 e das notas de rodapé da Tabela 9 de TCU (2023).

III – A metodologia adotada pela IFI brasileira

A IFI adotou metodologia baseada em CE (2023b) – o *Debt Sustainability Monitor* – por duas razões. Primeiro, porque o procedimento pertence a um padrão amplamente aceito, no qual choques são sorteados e aplicados sobre um cenário base determinístico, que a IFI já produz. Segundo, porque é de mais fácil implementação e explicação para o público, relativamente às outras metodologias de cenários estocásticos.

Os cenários estocásticos da IFI são elaborados para a dívida segundo o critério de Dívida Bruta do Governo Geral (DBGG). O TCU, por sua vez, analisa a Dívida Bruta do Governo Federal (DBGF) em seus *fan charts*, e a STN analisa tanto a DBGG quanto a Dívida Líquida do Setor Público (DLSP) no PLDO e no Relatório de Projeções Fiscais.

A seguir, detalham-se os principais aspectos da metodologia da IFI.

Etapa 1/4: sorteio dos choques

Os choques são aplicados sobre: taxa nominal de juros implícita, crescimento real do PIB, resultado primário do Governo Geral e deflator do PIB. Ao contrário da STN, os choques sobre juros são aplicados sobre a taxa nominal implícita de toda a DBGG, e não sobre a taxa Selic.

A Figura 5 ilustra o procedimento de geração dos choques, que consiste nos seguintes passos, realizados sobre dados anuais.

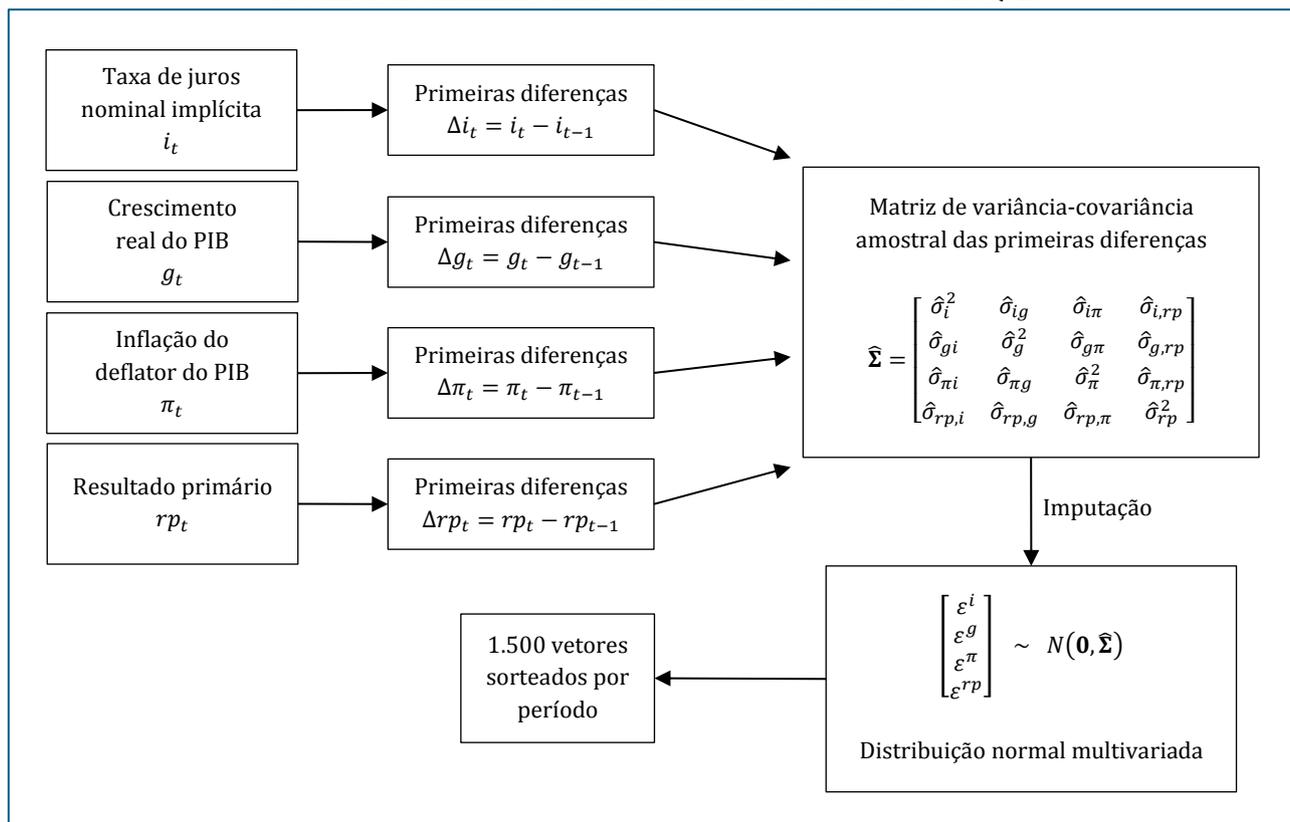
1. Coletar as séries históricas anuais de
 - a. Taxa de juros nominal implícita (i_t).
 - b. Crescimento real do PIB (g_t).
 - c. Inflação do deflator do PIB (π_t).
 - d. Resultado primário do Governo Geral (rp_t).
2. Calcular as primeiras diferenças das séries históricas:
 - a. $\Delta i_t = i_t - i_{t-1}$
 - b. $\Delta g_t = g_t - g_{t-1}$
 - c. $\Delta \pi_t = \pi_t - \pi_{t-1}$
 - d. $\Delta rp_t = rp_t - rp_{t-1}$
3. Calcular a matriz de variância-covariância amostral ($\hat{\Sigma}$) das primeiras diferenças.
4. Imputar $\hat{\Sigma}$ como matriz de variância-covariância de uma distribuição normal multivariada, cuja média é um vetor de zeros.
5. Sortear 1.500 vetores da distribuição normal. Cada vetor contém quatro choques, sendo um choque para cada determinante da dívida.

Note-se que os choques assim sorteados reproduzirão a volatilidade e a correlação históricas entre as variáveis, como ocorre nas metodologias da STN, da CE e do FMI, por exemplo.

Para fins dos exercícios ilustrativos a seguir, coletaram-se dados históricos anuais do intervalo 2007-2023.³⁴ O cálculo da matriz de variância-covariância foi feito restringindo-se o intervalo a 2007-2019, evitando-se assim influência dos anos de pandemia. Em seguida, sortearam-se 1.500 choques para cada ano de projeção. Como comparação, a STN sorteia 500 choques no Anexo de Riscos Fiscais do PLDO (Brasil, 2023, pg. 30). A projeção é feita para os anos de 2024 a 2028.

³⁴ No caso de 2023, as projeções foram adotadas como realizadas, dada a proximidade do final do ano.

FIGURA 5. PROCEDIMENTO DA IFI BRASILEIRA PARA SORTEIO DOS CHOQUES



Elaboração: IFI.

Etapa 2/4: trajetórias dos determinantes da dívida

Os choques sorteados são aplicados sobre o cenário base determinístico que a IFI elabora, para cada determinante da dívida. Assim, para cada ano t do horizonte de projeção, a seguinte equação é utilizada, para cada um dos 1.500 vetores de choques:

$$\begin{bmatrix} i_t^{sim} \\ g_t^{sim} \\ \pi_t^{sim} \\ rp_t^{sim} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{i}_t \\ \bar{g}_t \\ \bar{\pi}_t \\ \bar{rp}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^i \\ \varepsilon_t^g \\ \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^{rp} \end{bmatrix} \quad (20)$$

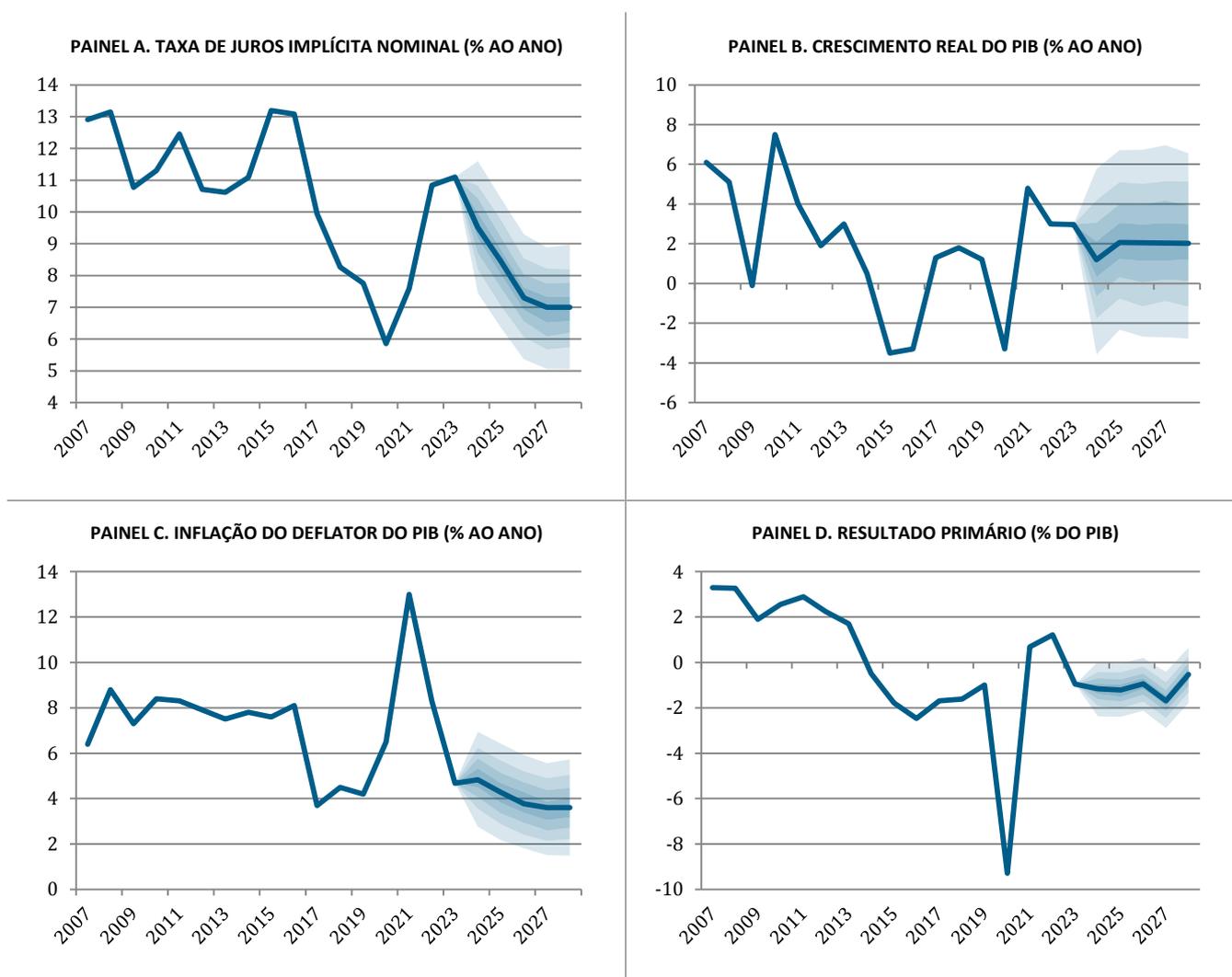
em que o sobrescrito “sim” denota o valor simulado da variável, e a barra superior denota o valor da variável no cenário base determinístico. O Gráfico 15 apresenta os *fan charts* resultantes da equação (20), sendo que o cenário base (de cada variável) é o mesmo do RAF nº 82, de novembro de 2023 (aqui utilizado apenas para fins de ilustração do procedimento). Portanto, as linhas mais grossas entre 2007 e 2023 correspondem aos valores históricos³⁵, ao passo que, a partir de 2024 (inclusive), tais linhas são iguais ao cenário base da IFI, para cada variável.

Em três dos quatro painéis (A, C e D) do Gráfico 15, fica evidente que o *fan chart* possui largura pequena quando comparado com a forte variação histórica ocorrida entre 2019 e 2022. A razão é que, como explicado anteriormente, os anos de 2020 a 2023 foram ignorados na etapa de construção da matriz de variância-covariância dos choques. O *fan chart*

³⁵ No caso de 2023, as projeções foram adotadas como realizadas, dada a proximidade do final do ano.

do Painel B possui maior largura, pois a variação histórica do crescimento do PIB foi relativamente maior, mesmo em anos anteriores à pandemia.

GRÁFICO 15. FAN CHARTS DOS DETERMINANTES DA DÍVIDA PÚBLICA



Elaboração: IFI. As faixas sombreadas indicam intervalos de probabilidade. Assim, a primeira faixa azul, de baixo para cima, é o intervalo 10%-20%. A segunda faixa é o intervalo 20%-30%, e assim sucessivamente. A última faixa azul é o intervalo 80%-90%. Desta forma, os intervalos 0%-10% e 90%-100% ocupam as áreas transparentes abaixo e acima dos fan charts.

As distribuições anuais dos choques tendem a ser simétricas, por construção, em torno do cenário base. Afinal, trata-se da aplicação de desvios, sorteados de uma distribuição normal (que é simétrica), sobre um valor constante, em cada ano do horizonte de projeção. Contudo, como a quantidade de choques sorteados é sempre finita (no caso, 1.500), é esperado que a mediana das distribuições em cada ano não seja **exatamente** igual ao cenário base de cada variável, mas sim muito próximo dele.

Vale lembrar que, na metodologia da IFI e em outras similares, existe a necessidade de que haja um cenário base para cada determinante da dívida, pois é sobre tal cenário que serão aplicadas as **variações** (choques). Na metodologia MAC SRDSF do FMI, não há a necessidade de um cenário base para a elaboração do *fan chart*, pois as trajetórias estocásticas dos determinantes resultam de sorteios destas variáveis **em nível**.

Etapa 3/4: trajetórias da dívida (*fan chart* preliminar)

Os choques aplicados aos determinantes da dívida acabam, como esperado, influenciando a trajetória da DBGG indiretamente, por meio da equação de dinâmica da dívida. A versão exata utilizada está derivada detalhadamente no [Apêndice](#), e é dada por

$$d_t = \frac{(1 + r_t)}{(1 + g_t)} d_{t-1} - r p_t \quad (21)$$

em que

- d_t é a dívida em percentual do PIB.
- r_t é a taxa real de juros implícita.

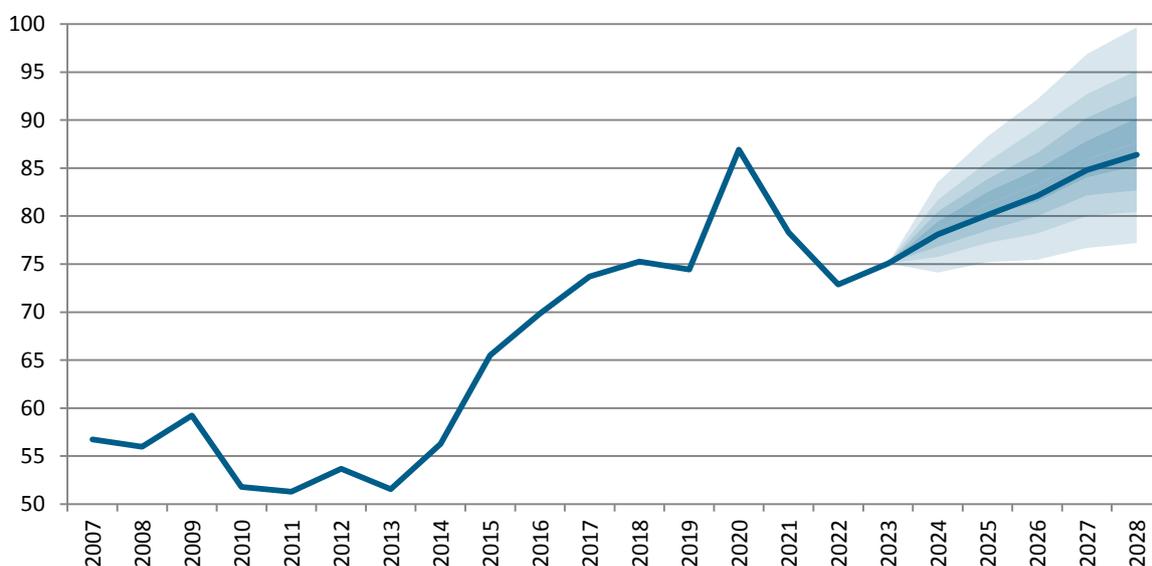
A taxa real r_t a ser imputada em (21) é calculada a partir dos choques em i_t e π_t , obtidos na etapa 1, e da equação

$$r_t = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \pi_t)} - 1$$

Simularam-se cenários estocásticos apenas até o limite de **cinco** anos à frente. Assim, as trajetórias simuladas terminam antes dos cenários determinísticos (base, otimista e pessimista) – usualmente publicados pela IFI nos RAFs de maio e novembro –, elaborados para **dez** anos à frente. A explicação para se restringir a simulação a um horizonte mais curto é que os cenários estocásticos deixam de ser realistas em horizontes longos. Em outras palavras, a largura do *fan chart* se torna grande a ponto de perder utilidade analítica. Essa decisão também está em linha com CE (2013), que utiliza cinco anos.

O Gráfico 16 apresenta o *fan chart* preliminar da dívida, isto é, antes do deslocamento das distribuições anuais dos choques, que fará suas medianas coincidirem com o cenário base (próxima etapa).³⁶ Note que o cenário base encontra-se um pouco abaixo da mediana do *fan chart*.

GRÁFICO 16. FAN CHART PRELIMINAR DA DÍVIDA BRUTA DO GOVERNO GERAL (% DO PIB)



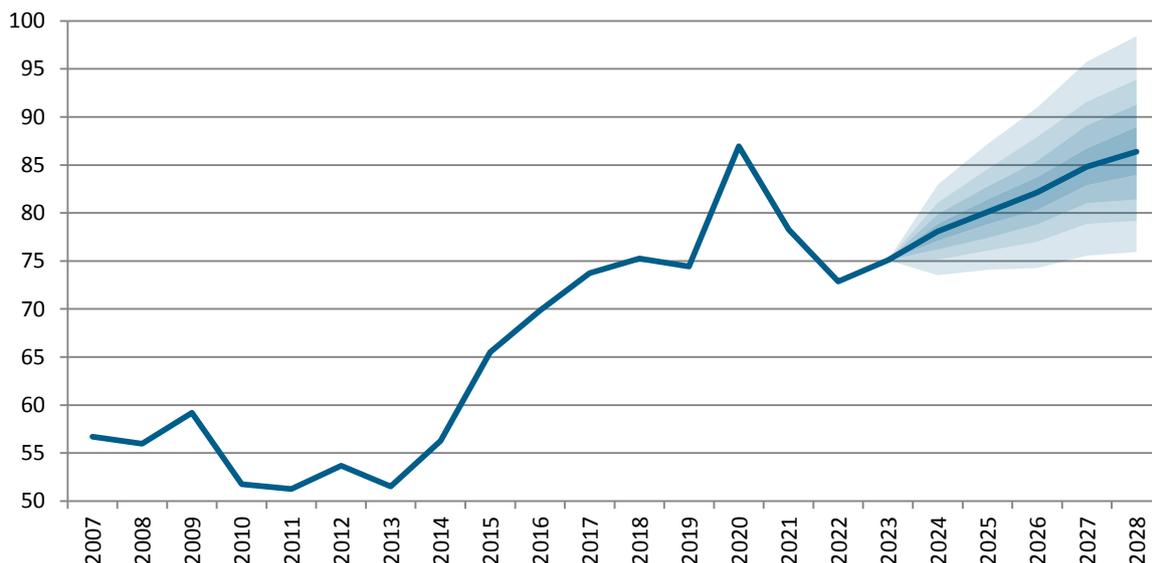
Elaboração: IFI. As faixas sombreadas indicam intervalos de probabilidade. Assim, a primeira faixa azul, de baixo para cima, é o intervalo 10%-20%. A segunda faixa é o intervalo 20%-30%, e assim sucessivamente. A última faixa azul é o intervalo 80%-90%. Desta forma, os intervalos 0%-10% e 90%-100% ocupam as áreas transparentes abaixo e acima do fan chart.

³⁶ Eventuais pequenas diferenças em relação ao *fan chart* publicado no RAF 82 são explicadas, por exemplo, pelo fato de que aqui utilizamos uma amostra diferente para o sorteio dos choques (período 2007-2019 ao invés de 2013-2019).

Etapa 4/4: deslocamento e *fan chart* final

Baseando-se na prática do OBR, o *fan chart* final é construído de forma que a mediana seja exatamente igual ao cenário base, em cada um dos anos de projeção (2024 a 2028). O objetivo dessa etapa é obter duas regiões no gráfico (acima e abaixo do cenário base) onde a probabilidade de realização da dívida seja a mesma (50%). Tal procedimento confere grande peso, propositadamente, ao cenário base determinístico.³⁷ O Gráfico 17 apresenta o *fan chart* final.

GRÁFICO 17. FAN CHART FINAL DA DÍVIDA BRUTA DO GOVERNO GERAL (% DO PIB)



Elaboração: IFI. As faixas sombreadas indicam intervalos de probabilidade. Assim, a primeira faixa azul, de baixo para cima, é o intervalo 10%-20%. A segunda faixa é o intervalo 20%-30%, e assim sucessivamente. A última faixa azul é o intervalo 80%-90%. Desta forma, os intervalos 0%-10% e 90%-100% ocupam as áreas transparentes abaixo e acima do fan chart.

Estimação de probabilidades de eventos

O procedimento de construção do *fan chart* permite que outras análises sejam feitas, além da análise visual da trajetória da DBGG. Uma dessas análises é a estimação das probabilidades de que certos eventos de interesse ocorram. Como exemplos desses eventos, temos:

1. A DBGG situar-se dentro da faixa de 70% a 80% do PIB até 2028.
2. A DBGG superar 90% do PIB em algum momento até 2028.
3. A DBGG em 2028 ser superior ao valor de 2023.

A estimativa da probabilidade é dada pela proporção, das 1.500 trajetórias da dívida, que satisfaz a descrição do evento. De forma mais concreta, tome-se o exemplo 2. A probabilidade seria estimada pela fração

$$\frac{\text{n}^{\circ} \text{ de trajetórias que cruzam 90\% do PIB pelo menos uma vez, até 2028 (inclusive)}}{\text{n}^{\circ} \text{ total de trajetórias simuladas (isto é, 1.500)}}$$

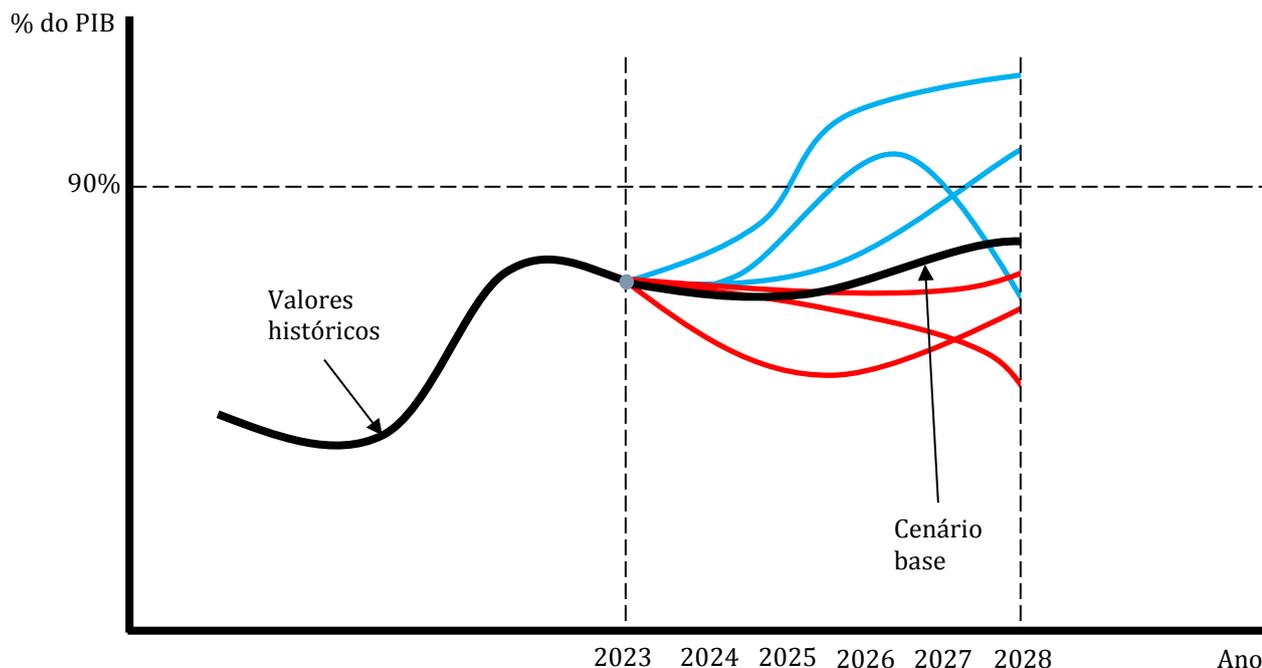
A Figura 6 ilustra, com trajetórias hipotéticas para o exemplo 2, que existe uma variedade de trajetórias que devem ser consideradas no numerador da fração. Trata-se das trajetórias azuis. Vale notar que até mesmo aquelas que cruzam o limiar de 90%, mas voltam a patamares inferiores a 90% com o passar do tempo, devem ser consideradas no numerador. Somente trajetórias que jamais cruzam o limiar (as vermelhas) não devem estar no numerador.

³⁷ Note que este deslocamento não é aplicado sobre as *fan charts* dos determinantes da dívida, apresentadas anteriormente.

Para concluir, apresenta-se abaixo a fórmula geral, aplicável a qualquer evento de interesse:

$$\text{Probabilidade estimada do evento} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de trajetórias simuladas que satisfazem o evento}}{\text{n}^\circ \text{ total de trajetórias simuladas}}$$

**FIGURA 6. TRAJETÓRIAS A SEREM CONSIDERADAS NO EXEMPLO 2
(EVENTO “DÍVIDA CRUZAR O LIMIAR DE 90% DO PIB ATÉ 2028”)**



Elaboração: IFI. Figura meramente ilustrativa, com valores hipotéticos.

Conclusão

A IFI adotou a metodologia que a Comissão Europeia utiliza no *Debt Sustainability Monitor* (CE, 2023b) como referência para o desenvolvimento de cenários estocásticos para a dívida pública. Duas razões fundamentaram esta escolha. Primeiro, o procedimento pertence a um padrão amplamente aceito, no qual choques são sorteados e aplicados sobre um cenário base determinístico, que a IFI já produz. Segundo, a técnica é de mais fácil implementação e explicação para o público, relativamente às outras metodologias.

Na edição mais recente do *Debt Sustainability Monitor*, a Comissão explica que sua metodologia consiste em “um conjunto de projeções determinísticas, incluindo um cenário base, cenários alternativos e testes de estresse, e um conjunto de projeções estocásticas”. Assim, mais uma vez se percebe que a combinação de projeções determinísticas e estocásticas constituem boa prática internacional, justificando que seja esse o sentido de aprimoramento da metodologia da IFI para análise da sustentabilidade da dívida no Brasil.

O procedimento implementado pela IFI permitirá extensões futuras. Uma possibilidade será a estimação de probabilidades de eventos envolvendo os resultados primários do Governo Geral e do Setor Público Consolidado. Tal extensão permitirá realizar comparações com o Relatório de Projeções Fiscais da STN, como parte de um contraste saudável e necessário de projeções. Outra possibilidade seria avaliar o risco de o resultado primário concretizar-se fora da banda de tolerância permitida pelo novo Regime Fiscal Sustentável (0,25 p.p. do PIB, acima ou abaixo da meta do governo). Ambas as extensões se enquadram nas atribuições típicas de instituições fiscais independentes mundo afora.

Outras extensões possíveis seriam: (i) o desenvolvimento de índices de sustentabilidade fiscal a partir de características do *fan chart* simulado, como sua largura – assim faz o FMI, com a *Debt Fanchart Index* (DFI); (ii) a incorporação de premissas para a reação do governo ao deficit fiscal, como faz o Tesouro Nacional no Relatório de Projeções Fiscais; e (iii) a incorporação do efeito do envelhecimento da população (como faz a Comissão Europeia) e das mudanças climáticas, no contexto da agenda de *green budgeting*.

Referências

BACCIOTTI, R. (2018). Discussões sobre a evolução do deflator do PIB. Nota Técnica nº 18. Instituição Fiscal Independente. Disponível em:

https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/544424/NT18_2018.pdf?sequence=1.

BRASIL (2023). Projeto de Lei de Diretrizes Orçamentárias 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/planejamento/pt-br/assuntos/orcamento/orcamento/orcamentos-anuais/2024/pldo>.

CBO [CONGRESSIONAL BUDGET OFFICE] (2023). Glossary. Disponível em: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/42904-CBOGlossary.pdf>.

CE [COMISSÃO EUROPEIA], Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Berti, K. (2013). Stochastic public debt projections using the historical variance-covariance matrix approach for EU countries. Disponível em: <https://data.europa.eu/doi/10.2765/4211>.

CE [COMISSÃO EUROPEIA] (2022). Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Central Bank, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions: Communication on orientations for a reform of the EU economic governance framework. COM(2022) 583 final. Disponível em: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX%3A52022DC0583>.

CE [COMISSÃO EUROPEIA] (2023a). Questions and answers: Commission proposes new economic governance rules fit for the future. 26 de abril de 2023. Acesso em 17 de agosto de 2023. Disponível em: https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/qanda_23_2394.

CE [COMISSÃO EUROPEIA] (2023b). Debt Sustainability Monitor 2022. Institutional Paper 199. Disponível em: https://economy-finance.ec.europa.eu/publications/debt-sustainability-monitor-2022_en.

CFP [CONSELHO DAS FINANÇAS PÚBLICAS] (2018). Riscos Orçamentais e Sustentabilidade das Finanças Públicas. Relatório nº 8/2018. Disponível em: <https://www.cfp.pt/pt/publicacoes/riscos-e-sustentabilidade/riscos-orcamentais-e-sustentabilidade-das-financas-publicas-2018>.

CFP [CONSELHO DAS FINANÇAS PÚBLICAS] (2021). Riscos Orçamentais e Sustentabilidade das Finanças Públicas. Relatório nº 10/2021. Disponível em: <https://www.cfp.pt/pt/publicacoes/riscos-e-sustentabilidade/riscos-orcamentais-e-sustentabilidade-das-financas-publicas-2021>.

DI GIOVANNI J.; E. GARDNER (2008). A simple stochastic approach to debt sustainability applied to Lebanon. IMF Working Paper No. 08/97. Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2016/12/31/A-Simple-Stochastic-Approach-to-Debt-Sustainability-Applied-to-Lebanon-21891>.

FMI [FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL] (2021). Review of the Debt Sustainability Framework for Market Access Countries. Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/Policy-Papers/Issues/2021/02/03/Review-of-The-Debt-Sustainability-Framework-For-Market-Access-Countries-50060>.

FMI [FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL] (2022). Staff Guidance Note on the Sovereign Risk and Debt Sustainability Framework for Market Access Countries. IMF Policy Paper No. 2022/039. Disponível em:

<https://www.imf.org/en/Publications/Policy-Papers/Issues/2022/08/08/Staff-Guidance-Note-on-the-Sovereign-Risk-and-Debt-Sustainability-Framework-for-Market-521884>.

FMI [FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL] (2023a). Brazil: 2023 Article IV Staff Report for Brazil. Country Report No. 2023/288. Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/CR/Issues/2023/07/31/Brazil-2023-Article-IV-Consultation-Press-Release-Staff-Report-Staff-Supplement-and-537328>.

FMI [FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL] (2023b). Questions and Answers on the New Sovereign Risk and Debt Sustainability Framework for Market Access Countries. Página eletrônica. Disponível em: <https://www.imf.org/en/About/FAQ/mac-dsa>.

IFI [INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE] (2022). Relatório de Acompanhamento Fiscal. Novembro de 2022. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/602493/RAF70_NOV2022.pdf.

IFI [INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE] (2023a). Relatório de Acompanhamento Fiscal. Maio de 2023. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/610420/RAF76_MAI2023.pdf.

IFI [INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE] (2023b). Relatório de Acompanhamento Fiscal. Junho de 2023. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/611252/RAF77_JUN2023.pdf.

IFI [INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE] (2023c). Relatório de Acompanhamento Fiscal. Setembro de 2023. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/642180/RAF80_SET2023.pdf.

IFI [INSTITUIÇÃO FISCAL INDEPENDENTE] (2023d). Relatório de Acompanhamento Fiscal. Novembro de 2023. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/644346/RAF82_NOV2023.pdf.

OBR [OFFICE FOR BUDGET RESPONSIBILITY] (2021). Economic and Fiscal Outlook. October 2021. Disponível em: <https://obr.uk/efo/economic-and-fiscal-outlook-october-2021/>.

OBR [OFFICE FOR BUDGET RESPONSIBILITY] (2023). Economic and Fiscal Outlook. November 2023. Disponível em: https://obr.uk/docs/dlm_uploads/E03004355_November-Economic-and-Fiscal-Outlook_Web-Accessible.pdf.

OCDE [ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO] (2014). Recommendation on Principles for Independent Fiscal Institutions. Disponível em: <https://www.oecd.org/governance/budgeting/ifi-good-practices.htm>.

ORMAECHEA, SANTIAGO A.; MARTINEZ, LEONARDO (2021). A Guide and Tool for Projecting Public Debt and Fiscal Adjustment Paths with Local- and Foreign-Currency Debt. IMF Technical Notes and Manuals No. 2021/005. Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/TNM/Issues/2021/05/28/A-Guide-and-Tool-for-Projecting-Public-Debt-and-Fiscal-Adjustment-Paths-with-Local-and-460153>.

PBO [PARLIAMENTARY BUDGET OFFICE] (2021). Fiscal sustainability: Long-term budget scenarios. Report nº 01-2021. April, 2021. Disponível em: <https://bit.ly/3DMTpl4>.

PBO [PARLIAMENTARY BUDGET OFFICE] (2022). Beyond the budget 2022-23: Fiscal outlook and scenarios. Disponível em: <https://www.pbo.gov.au/publications-and-data/publications/fiscal-projections-and-sustainability/beyond-budget-2022-23>.

PBO [PARLIAMENTARY BUDGET OFFICE] (2023). Beyond the budget 2023-24: Fiscal outlook and sustainability. Disponível em: <https://www.pbo.gov.au/publications-and-data/publications/fiscal-projections-and-sustainability/beyond-budget-2023-24>.

STEEL, DANIEL (2021). Evaluating forecast uncertainty with stochastic simulations. OBR Working Paper No. 17. December 2021. Disponível em: https://obr.uk/docs/dlm_uploads/working_paper_no17_uncertainty.pdf.

STN [SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL] (2017a). Relatório de Projeções da Dívida Pública. Secretaria do Tesouro Nacional. Ministério da Fazenda. Disponível em: <https://tesourotransparente.gov.br/publicacoes/relatorio-de-projecoes-da-divida-publica/2017/29>.

STN [SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL] (2017b). Mensuração de riscos fiscais derivados de parâmetros macroeconômicos com base em método de Monte Carlo, aplicado a receitas e despesas primárias. Nota Técnica SEI nº 1/2017/GEMAF/COPEF/SUPEF/STN-MF. Secretaria do Tesouro Nacional. Ministério da Fazenda. Disponível em: <https://buscalai.cgu.gov.br/PedidosLai/DetalhePedido?id=3558043>.

STN [SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL] (2021). Relatório de Projeções da Dívida Pública. Secretaria do Tesouro Nacional. Ministério da Economia. Disponível em: <https://sisweb.tesouro.gov.br/apex/f?p=2501:9:::9:P9 ID PUBLICACAO:42127>.

STN [SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL] (2023). Relatório de Projeções Fiscais. Secretaria do Tesouro Nacional. Ministério da Fazenda. Disponível em: <https://tesourotransparente.gov.br/publicacoes/relatorio-de-projecoes-fiscais/2023/20>.

TCU [TRIBUNAL DE CONTAS DA UNIÃO] (2023). Acórdão 985/2023 TCU - Plenário. Disponível em: <https://pesquisa.apps.tcu.gov.br/redireciona/acordao-completo/%22ACORDAO-COMPLETO-2589048%22>.

Apêndice

Ao longo deste estudo, diferentes versões da equação de dinâmica da dívida foram derivadas, com o objetivo de manter maior fidedignidade em relação aos trabalhos de outras instituições. Neste apêndice, entretanto, apresenta-se de forma clara e completa o conjunto de equações usadas especificamente pela IFI brasileira.

Nos cálculos a seguir, deve-se interpretar

- variáveis de **estoque** como representativas do valor **ao final** do período.
- variáveis de **fluxo** como representativas do valor **acumulado ao longo** do período.

Por exemplo, D_t é o estoque de dívida ao final do ano t , enquanto RP_t é o fluxo de resultado primário acumulado ao longo do ano t .

Decomposição do crescimento do PIB nominal

Pode-se decompor o crescimento do PIB nominal em uma combinação de (i) crescimento real do PIB e (ii) variação no deflator do PIB. Sejam

- N_t o PIB nominal ao final do período t .
- Y_t o PIB real ao final do período t (de acordo com algum ano base).
- P_t o nível de preços do PIB em t (deflator implícito do PIB, de acordo com algum ano base).

Nesse caso, o crescimento nominal do PIB em t , em relação a $t - 1$, pode ser denotado por g_t^n e escrito como

$$\begin{aligned} g_t^n &= \frac{N_t - N_{t-1}}{N_{t-1}} \\ &= \frac{P_t Y_t - P_{t-1} Y_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} \end{aligned} \quad (A1)$$

Agora, pode-se somar e subtrair o termo $P_{t-1} Y_t$ do numerador de (A1), e prosseguir com a álgebra, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} g_t^n &= \frac{P_t Y_t - P_{t-1} Y_{t-1} + (P_{t-1} Y_t - P_{t-1} Y_t)}{P_{t-1} Y_{t-1}} \\ &= \frac{(P_t - P_{t-1}) \cdot Y_t + P_{t-1} (Y_t - Y_{t-1})}{P_{t-1} Y_{t-1}} \\ &= \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot \frac{Y_t}{Y_{t-1}} + \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \end{aligned} \quad (A2)$$

A expressão (A2) pode ser reescrita usando-se notação mais simples. Denotando-se

- g_t como o crescimento real do PIB; e
- π_t como a variação do deflator do PIB,

então (A2) se tornará a conhecida equação

$$g_t^n = \pi_t(1 + g_t) + g_t \Rightarrow$$

$$1 + g_t^n = (1 + \pi_t)(1 + g_t) \quad (A3)$$

A equação (A3) será útil mais adiante. **Note que ela é válida somente quando o índice de preços P_t é o deflator do PIB (P_t), e não outro índice de preços, como o IPCA.** A razão é que em (A1) a variável P_t é o preço da cesta que inclui **todos** os bens e serviços que circularam em t , e não de cestas mais **restritas**.

O uso da variação de outro índice de preços – que não o deflator do PIB – também traria dificuldades em outra etapa dos cálculos, como explicado na subsecção mais adiante “Equação de dinâmica da dívida: valores reais”.

Equação de dinâmica da dívida: valores nominais

Nesta subsecção a equação de dinâmica da dívida será escrita em termos dos juros nominais e do crescimento nominal do PIB. Denote-se por

- D_t o estoque de dívida ao final do período t .
- i_t a taxa nominal de juros implícita da dívida, ao final do período t .
- RP_t o resultado primário do Governo Geral, acumulado ao longo do período t .

A equação a seguir descreve como o estoque de dívida varia no tempo, a depender da taxa de juros e do resultado primário.

$$D_t = (1 + i_t)D_{t-1} - RP_t \quad (A4)$$

Dividindo ambos os lados pelo PIB nominal (N_t), tem-se

$$\frac{D_t}{N_t} = (1 + i_t) \frac{D_{t-1}}{N_t} - \frac{RP_t}{N_t} \quad (A5)$$

Agora, pode-se inserir a razão $\frac{N_{t-1}}{N_{t-1}}$, que é simplesmente igual a 1, no lado direito da equação, obtendo-se

$$\frac{D_t}{N_t} = (1 + i_t) \frac{D_{t-1}}{N_t} \left(\frac{N_{t-1}}{N_{t-1}} \right) - \frac{RP_t}{N_t} \quad (A6)$$

Rearranjando-se os termos, chega-se a

$$\frac{D_t}{N_t} = (1 + i_t) \frac{D_{t-1}}{N_{t-1}} \frac{N_{t-1}}{N_t} - \frac{RP_t}{N_t} \quad (A7)$$

que pode ser reescrita como

$$d_t = \left(\frac{1 + i_t}{1 + g_t^n} \right) d_{t-1} - rp_t \quad (A8)$$

em que

- d_t é a razão dívida-PIB, ao final do período t .
- rp_t é o resultado primário do Governo Geral, em proporção do PIB, acumulado ao longo do período t .

Equação de dinâmica da dívida: valores reais

A equação (A8) descreve a razão dívida-PIB em termos do juro nominal e do crescimento nominal do PIB. Contudo, ela pode ser reescrita, para que a mesma razão seja expressa em termos dos juros *reais* e do crescimento *real* do PIB. Para tanto, vale retomar a seguinte relação entre os juros nominais e reais:

$$(1 + i_t) = (1 + r_t)(1 + \pi_t) \quad (A9)$$

onde r_t é a taxa real de juros implícita da dívida, ao final do período t , calculada com respeito ao deflator do PIB (π_t). Substituindo-se (A3) e (A9) em (A8), tem-se

$$d_t = \frac{(1 + r_t)(1 + \pi_t)}{(1 + \pi_t)(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t$$

$$d_t = \frac{(1 + r_t)}{(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t$$

(A10)

Para finalizar, cabe uma observação. É comum o uso de outras taxas de inflação – por exemplo, a inflação do IPCA, a ser denotada por π_t^{IPCA} – para o cálculo de taxas de juros reais usando-se (A9). Assim, vale o questionamento: por que este estudo usa a inflação do deflator do PIB em (A9), e não outra taxa de inflação? Desde que tomados alguns cuidados, trata-se de uma opção prática, como justificado a seguir.

Note que, se na equação (A9) a inflação π_t^{IPCA} tivesse sido usada no lugar de π_t , os termos de variação de preços no numerador e no denominador de (A10) não teriam se cancelado durante a derivação dessa equação. Para ver explicitamente, denote-se por r_t^{IPCA} a taxa real de juros calculada por meio de π_t^{IPCA} e (A9). Nesse caso, outra equação, (A11), seria obtida no lugar de (A10):

$$d_t = \frac{(1 + r_t^{IPCA})(1 + \pi_t^{IPCA})}{(1 + \pi_t)(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t$$

$$d_t = \frac{(1 + \pi_t^{IPCA})}{(1 + \pi_t)} \frac{(1 + r_t^{IPCA})}{(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t$$

$$d_t = \delta_t \frac{(1 + r_t^{IPCA})}{(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t$$
(A11)

em que $\delta_t = \frac{(1 + \pi_t^{IPCA})}{(1 + \pi_t)}$ pode ser interpretada como uma medida do diferencial entre as inflações do deflator do PIB e do IPCA.

Ambas as equações de dinâmica da dívida, (A10) e (A11), estão corretas, e permitem realizar projeções válidas. Em outras palavras, o valor de d_t será exatamente o mesmo em cada período t , seja no caso em que a equação (A10) é usada com r_t , seja no caso em que a equação (A11) é usada com r_t^{IPCA} .

O contraste entre essas duas equações nos mostra, entretanto, que se a opção for por calcular as taxas reais de juros a partir do IPCA, e não do deflator do PIB, deve-se usar (A11), e não (A10).

Uma vantagem de se usar (A11) é que se obtém um *fan chart* para a dívida a partir de uma versão comumente calculada dos juros reais (r_t^{IPCA}). Uma desvantagem é que será preciso usar mais informação (mais uma variável, o IPCA) do que se a opção for pela equação (A10), pois além do IPCA, o deflator do PIB continuará sendo necessário em (A11).

A Tabela A1 abaixo mostra, por meio de um exemplo numérico, que as equações (A10) e (A11) geram o mesmo resultado para a trajetória simulada da dívida, desde que os juros reais apropriados – com respeito ao deflator do PIB (r_t) ou ao IPCA (r_t^{IPCA}) – sejam utilizados em cada caso. Os valores para os determinantes da dívida (da segunda coluna à sexta) foram extraídos de um dos 1.500 cenários estocásticos simulados na [seção III](#), em sua versão final (ou seja, após o deslocamento da mediana para essa coincidir com o cenário base de cada variável).

Note-se que as colunas [I] e [II] são numericamente idênticas, fato que reflete a equivalência algébrica entre (A10) e (A11) comentada anteriormente.

A coluna III apresenta os valores obtidos com o uso **incorreto** da equação (A10), isto é, usando-se r_t^{IPCA} no lugar de r_t :

$$d_t = \frac{(1 + r_t^{IPCA})}{(1 + g_t)} d_{t-1} - rp_t \quad (\text{A12: equação incorreta, para fins de explicação})$$

O uso da equação (A12) corresponde a incorrer no erro apontado por STN (2017a, pg. 8), pois (A12) é obtida supondo-se, erroneamente, que $\pi_t = \pi_t^{IPCA}$, e portanto $\delta_t = 1$, na equação (A11).

TABELA A1. EXEMPLO NUMÉRICO, A PARTIR DE UM DOS CENÁRIOS ESTOCÁSTICOS SIMULADOS

Ano	Cresc. real do PIB	Resultado primário	Taxa de juros nominal implícita	Inflação do deflator do PIB	Inflação do IPCA	Taxa de juros real implícita (equação A9)		Dívida		
						Em relação ao deflator do PIB (r_t)	Em relação ao IPCA (r_t^{IPCA})	Equação A10 [I]	Equação A11 [II]	Equação A12 (errada) [III]
2024	4,5	-1,0	8,8	5,3	2,7	3,4	6,0	75,26	75,26	77,1
2025	3,1	-1,6	7,7	5,7	2,5	1,9	5,1	75,97	75,97	80,2
2026	0,3	-1,3	5,8	3,6	0,7	2,2	5,1	78,74	78,74	85,4
2027	7,2	-2,2	8,5	3,9	4,7	4,5	3,6	78,91	78,91	84,8
2028	0,4	-1,1	5,7	2,0	0,8	3,6	4,9	82,60	82,60	89,7

Elaboração: IFI.



Instituição Fiscal
Independente

 /INSTITUCAOFISCALINDEPENDENTE

 @IFIBrasil

 @ifibrasil

 /company/instituição-fiscal-independente

 /instituiçãofiscalindependente

 github.com/ifibrasil

ifi@senado.leg.br / (61) 3303-2875